

JULIO CESAR LIMA D'ALGE

ESTABELECIMENTO DE UM SISTEMA DE ALTITUDES
A PARTIR DO NIVELAMENTO GEOMÉTRICO

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-
Graduação em Ciências Geodésicas para
obtenção do Grau de Mestre em Ciências
pela Universidade Federal do Paraná.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

1986

ESTABELECIMENTO DE UM SISTEMA DE ALTITUDES
A PARTIR DO NIVELAMENTO GEOMÉTRICO

DISSERTAÇÃO

Apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Ciências
Geodésicas para obtenção do Grau de Mestre em
Ciências pela Universidade Federal do Paraná

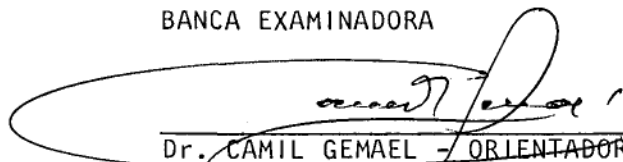
Por

JULIO CESAR LIMA D'ALGE, Engenheiro Cartógrafo

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

1986

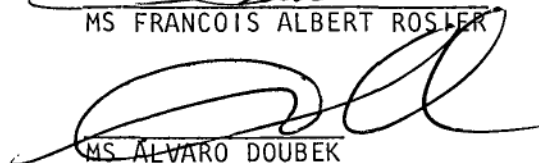
BANCA EXAMINADORA



Dr. CAMIL GEMAEI - ORIENTADOR



MS FRANCOIS ALBERT ROSLER



MS ALVARO DOUBEK

A meus pais, pelo exemplo.

À Sandra e Juliana, pela companhia.

AGRADECIMENTOS

Desejamos externar nossos profundos agradecimentos ao professor

Dr. Camil Gemael,

orientador do presente trabalho, bem como às pessoas e instituições abaixo relacionadas, que contribuíram de forma relevante em várias etapas da sua confecção:

Petr Vanicěk, PhD

Álvaro Doubek, MS

Ernst U. Fisher, Dr. Ing.

José Bittencourt de Andrade, PhD

IBGE - Superintendência de Geodésia

UFPR

CAPES

INPE

José Heitor Attilio Gracioso, Bel. Direito

Eliane Stroparo, Lic. Filos., Bel. Biblioteconomia

RESUMO

Foi realizada uma discussão criteriosa a respeito do estabelecimento de um sistema de altitudes a partir do nivelamento geométrico. Foram comentados e analisados os aspectos críticos e, visando à melhoria da rede altimétrica fundamental brasileira, foram apresentadas sugestões.

ABSTRACT

A judicious discussion was made regarding the establishment of a height system from levelling. The critical aspects were commented and analysed. Some suggestions were presented in order to improve the Brazilian first order height network.

SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
Título	ii
Dedicatória	iii
Agradecimentos	iv
Resumo e Abstract	v
Sumário	vi
 INTRODUÇÃO	 1
 1. <u>ESTABELECIMENTO DE UM SISTEMA DE ALTITUDES</u>	
1.1 Introdução	3
1.2 Sistemas de altitudes	5
1.2.1 Altitudes: objetivos e requisitos	5
1.2.2 Número geopotencial e altitude dinâmica	7
1.2.3 Altitude ortométrica	13
1.2.4 Altitude normal	16
1.3 Obtenção dos sistemas de altitudes	19
1.3.1 Sistema de medição e precisão do nivelamento geométrico	19
1.3.2 Vínculo entre os sistemas de altitudes e o ni- velamento geométrico	24
1.4 Datum vertical	31
1.4.1 Concepção clássica: o nível médio dos mares .	31
1.4.2 Topografia da superfície do mar	33

1.4.3	Determinação do nível médio dos mares	35
2.	<u>FONTES DE ERRO NO NIVELAMENTO GEOMÉTRICO</u>	
2.1	Introdução	40
2.2	Nível	41
2.2.1	Erro de colimação	41
2.2.2	Determinação do fator de colimação	44
2.2.3	Flutuações na colimação	50
2.3	Miras	52
2.3.1	Erro de verticalidade	52
2.3.2	Erro de graduação - erro de Índice - dilata ção térmica	55
2.3.3	Aferição das miras	59
2.4	Refração atmosférica	64
2.4.1	Erro de refração	64
2.4.2	Modelos matemáticos para a correção de refra ção	68
2.4.3	Cintilações	71
2.5	Pontaria	73
2.6	Curvatura dos geopes	74
2.7	Marés terrestres	77
2.8	Estabilidade do terreno	80
2.9	Campos magnéticos	82

3.	<u>REALIDADE BRASILEIRA: COMENTÁRIOS E SUGESTÕES</u>	
3.1	Introdução	84
3.2	Rede altimétrica fundamental	87
3.2.1	Sistema brasileiro de altitudes	87
3.2.2	Gravimetria	88
3.2.3	Datum vertical	91
3.2.4	Ajustamento	93
3.3	Qualidade do nivelamento geométrico	96
3.3.1	Nível	96
3.3.2	Miras	97
3.3.3	Refração atmosférica	99
	CONCLUSÃO	101
	Notas de referência	102
	Referências Bibliográficas	109

INTRODUÇÃO

O estabelecimento de sistemas de altitudes re quer inicialmente um amplo domínio de todo o processo de me dição do nivelamento geométrico, das influências sistemáti cas que afetam seus resultados e da precisão com que são ob tidos os desníveis entre pontos da superfície terrestre. Em segundo lugar é necessário saber como e com que precauções as observações realizadas por um marêgrafo podem servir pa ra definir a superfície de referência para as altitudes, ou seja, o datum vertical. Por último, é importante que sejam conhecidas as diferentes correções que podem ser aplicadas aos resultados do nivelamento geométrico, cada uma delas originando um sistema de altitudes específico.

No Capítulo 1 são apresentados os sistemas de altitudes mais importantes e o vínculo existente entre eles e o nivelamento geométrico. São feitos comentários sobre a concepção clássica do nível médio dos mares como datum ver tical e sobre a topografia da superfície do mar, sendo tam bém abordadas as influências que perturbam uma boa determi nação do nível médio dos mares.

No Capítulo 2 são mostradas as fontes de erro que afetam o nivelamento geométrico, sendo dada ênfase às influências sistemáticas e aos procedimentos necessários pa ra removê-las.

No Capítulo 3 são apresentados alguns aspectos problemáticos relativos à rede altimétrica fundamental brasileira. Comenta-se sobre gravimetria, datum vertical, ajustamento e qualidade do nivelamento geométrico. Com o intuito de oferecer colaboração, críticas e sugestões são colocadas sequencialmente.

1. ESTABELECIMENTO DE UM SISTEMA DE ALTITUDES

1.1 INTRODUÇÃO

1.2 SISTEMAS DE ALTITUDES

1.2.1 ALTITUDES: OBJETIVOS E REQUISITOS

1.2.2 NÚMERO GEOPOTENCIAL E ALTITUDE DINÂMICA

1.2.3 ALTITUDE ORTOMÉTRICA

1.2.4 ALTITUDE NORMAL

1.3 OBTENÇÃO DOS SISTEMAS DE ALTITUDES

1.3.1 SISTEMA DE MEDIÇÃO E PRECISÃO DO NIVELAMENTO GEOMÉTRICO

1.3.2 VÍNCULO ENTRE OS SISTEMAS DE ALTITUDES E O NIVELAMENTO GEOMÉTRICO

1.4 DATUM VERTICAL

1.4.1 CONCEPÇÃO CLÁSSICA: O NÍVEL MÉDIO DOS MARES

1.4.2 TOPOGRAFIA DA SUPERFÍCIE DO MAR

1.4.3 DETERMINAÇÃO DO NÍVEL MÉDIO DOS MARES

1. ESTABELECIMENTO DE UM SISTEMA DE ALTITUDES

1.1 - INTRODUÇÃO

A implantação de uma rede altimétrica, embora mais simples que no caso das redes planimétricas, requer uma perfeita compreensão dos processos físicos que se fazem presentes, pois as altitudes determinadas a partir do nivelamento geométrico são mais dependentes do campo gravífico terrestre que as coordenadas planimétricas. Com esta precaução a exatidão¹ inerente ao nivelamento geométrico pode ser transmitida às altitudes dos pontos da rede.

Existem vários sistemas de altitudes, cada um deles representado por um conjunto de altitudes de uma mesma espécie associadas a todos os pontos de uma determinada região. Na prática, devido à impossibilidade de se trabalhar com uma distribuição contínua de pontos, um sistema de altitudes é estabelecido através da implantação de uma rede altimétrica. O conhecimento dos principais sistemas, bem como das vantagens e desvantagens de cada um, é importante para a escolha do tipo de altitude a ser utilizada. Devem-se entender os aspectos conceituais inerentes à obtenção de cada espécie de altitude.

¹ No sentido do vocábulo inglês "accuracy".

O nivelamento geométrico é, por excelência, a ferramenta de trabalho para a obtenção de qualquer sistema de altitudes. Faz-se necessária então uma análise do sistema de medição do nivelamento geométrico, ou seja, deve-se saber como são obtidos os desníveis entre pontos da superfície terrestre e com que precisão são conseguidos tais desníveis. A conversão dos desníveis observados em diferenças de altitude definidas univocamente requer a aplicação de correções baseadas no campo gravífico real da Terra. No caso de informações gravimétricas insuficientes, são utilizadas aproximações vinculadas ao campo gravífico normal.

O ponto de partida para a implantação de uma rede altimétrica é o estabelecimento do datum vertical. Num determinado ponto do litoral um marégrafo é responsável pela avaliação do nível médio dos mares local. A posição do nível médio dos mares, complementada por informações sobre a topografia da superfície do mar², fornece o ponto inicial de referência para as altitudes. Para que tal situação funcione na prática, deve-se entender como fazer uma determinação correta do nível médio dos mares e da topografia da superfície do mar, pois, do contrário, erros superiores aos do nivelamento geométrico são introduzidos nas altitudes resultantes.

² Do termo inglês "sea surface topography".

1.2 - SISTEMAS DE ALTITUDES

1.2.1 - ALTITUDES: OBJETIVOS E REQUISITOS

A posição planimétrica de um ponto sobre a superfície terrestre é dada pela latitude e longitude de sua projeção de Helmert³ sobre um determinado elipsóide de referência. O posicionamento altimétrico mais intuitivo seria então dado pela distância contada sobre a normal ao elipsóide entre o ponto em questão e a superfície do elipsóide. Entretanto, o geóide — em primeira aproximação, o nível médio dos mares — tem sido normalmente utilizado como superfície de referência para o posicionamento altimétrico.

Tais altitudes referidas ao geóide, ou simplesmente altitudes, têm sido tradicionalmente empregadas para fins de mapeamento. Contudo, é incorreto atribuir às altitudes o simples papel de controle para o mapeamento. Na realidade, uma rede de pontos com posições altimétricas bem definidas tem várias finalidades, nem sempre restritas ao âmbito da Geodésia.

As altitudes referidas ao geóide, associadas às ondulações geoidais, são necessárias para a redução ao

³ *O ponto do terreno é projetado diretamente ao longo da normal sobre o elipsóide de referência.*

elipsóide das distâncias medidas entre pontos da superfície terrestre. As estações de uma rede gravimétrica devem possuir altitudes conhecidas para a redução ao geóide dos valores observados de gravidade. A detecção de variações de altitude pressupõe a existência de uma rede de pontos com altitudes bem definidas ^[01].

Em outros setores do conhecimento humano também se faz presente a necessidade de algumas posições altimétricas bem determinadas. As altitudes são importantes na administração urbana, em grandes projetos de engenharia, em estudos ecológicos, em projetos afetos ao meio ambiente, na geografia, na planetologia, e na hidrografia ^[02].

Não obstante todos os objetivos citados, as altitudes servem basicamente para a composição de coordenadas verticais, devendo, por isso, preencher alguns requisitos. Há que existir univocidade na definição das altitudes, e estas devem ser referidas ao campo gravífico terrestre suposto invariante com respeito ao tempo. Como já foi dito, a superfície de referência adotada é o geóide, *geope*⁴ que mais se aproxima do nível médio dos mares.

⁴ *Superfície equipotencial do campo gravífico terrestre.*

1.2.2 - NÚMERO GEOPOTENCIAL E ALTITUDE DINÂMICA

O número geopotencial de um ponto A sobre a superfície terrestre representa o trabalho necessário para que a força da gravidade transporte uma partícula de massa unitária do geóide ao ponto A ao longo da linha de força do campo gravífico que contém tal ponto. Na realidade, o caminho a ser percorrido pela partícula de massa unitária pode ser qualquer um, devido ao caráter conservativo do campo gravífico terrestre. A colocação de um deslocamento ao longo da linha de força visa tão somente estreitar o vínculo entre a definição apresentada e a concepção de altitude.

Pode-se ainda definir o número geopotencial do ponto A como a diferença entre os geopotenciais⁵ do geóide e do geope que contém o tal ponto. Denotando o número geopotencial do ponto A por C_A , o geopotencial associado ao ponto A por W_A , e o geopotencial do geóide por W_0 , tem-se:

$$C_A = W_0 - W_A = \int_0^A g d\ell. \quad (1.1)$$

⁵ Potenciais do campo gravífico terrestre.

Na equação (1.1) g é o valor da gravidade ao longo da linha de força de A e $d\ell$ é um incremento infinitesimal ao longo da mesma linha de força.

O número geopotencial é positivo acima do geóide, negativo abaixo deste, e é constante para o mesmo geóide; por motivos óbvios, o número geopotencial é nulo sobre o geóide.

Com base na equação (1.1) é fácil ver que a diferença de número geopotencial entre dois pontos A e B da superfície da Terra é dada por

$$\Delta C_{AB} = C_B - C_A = \int_A^B g d\ell, \quad (1.2)$$

onde a integração é conduzida ao longo da superfície terrestre entre os pontos A e B , sendo então g o valor observado da gravidade no referido trecho.

Como na prática não se dispõe de uma distribuição contínua das grandezas envolvidas no cálculo de uma diferença de número geopotencial, a integral que se faz presente na equação (1.2) deve ser substituída por um somatório sobre um conjunto discreto de pontos nos quais foram observados valores de gravidade e desníveis. Assim, o valor aproximado da diferença de número geopotencial entre os pontos A e B é

$$\Delta C_{AB} = \sum_A^B \bar{g}_{ij} \delta \ell_{ij}, \quad (1.3)$$

sendo $\delta \ell_{ij}$ o desnível entre dois pontos adjacentes i e j ; \bar{g}_{ij} é a média aritmética entre g_i e g_j , valores de gravidade observados na superfície da Terra nos pontos i e j , respectivamente.

A equação (1.3) mostra que a diferença de número geopotencial pode ser obtida por uma combinação de observações gravimétricas e resultados de nivelamentos geométricos.

A escassez de observações gravimétricas na superfície terrestre conduz a um conhecimento bastante precário do campo gravífico real da Terra. Neste caso deve-se fazer uso do campo gravífico normal da Terra, com os valores observados de gravidade sendo substituídos por valores de gravidade normal, bem como os geopes por esferopes⁶. Faz-se então necessário definir o número esferopotencial de um ponto, ou seja, o número geopotencial baseado em valores de gravidade normal. O ponto inicial de referência para as altitudes é estabelecido normalmente através da determinação do nível médio dos mares numa estação de marégrafo, embora em termos rigorosos seja requerido o conhecimento da topo

⁶ Superfícies equipotenciais do campo gravífico normal.

grafia da superfície do mar (ver seção 1.4). A superfície de referência para as altitudes vinculadas ao campo gravífico normal passa a ser o esferope que contém o tal ponto inicial de referência na estação de marégrafo; o esferopotencial⁷ associado a este esferope é comumente denotado por U_M . Seja U_A o esferopotencial do esferope que contém o ponto A da superfície terrestre. Denotando o número esferopotencial de A por \tilde{C}_A , pode-se escrever

$$\tilde{C}_A = U_M - U_A = \int_M^A \gamma dn. \quad (1.4)$$

Na equação (1.4) γ é a gravidade normal ao longo da linha de força normal e dn é um incremento infinitesimal ao longo da mesma linha de força. A gravidade normal utilizada é obtida a partir da gravidade normal sobre o elipsóide ou Terra normal, γ_0 , e do gradiente vertical da gravidade normal. As fórmulas pertinentes são

$$\gamma_0(\phi) = \gamma_E(1 + \alpha \sin^2 \phi + \beta \sin^2 2\phi) \quad e \quad (1.5)$$

$$\frac{\partial \gamma}{\partial n} = - \frac{2\gamma_0}{a} (1 + m + f \cos 2\phi). \quad (1.6)$$

Nas equações (1.5) e (1.6) γ_E , α , e β são coeficientes oriundos do campo da gravidade normal, a é o semi-eixo maior do elipsóide, f é o achatamento do elipsóide, m é

⁷ Potencial do campo gravífico normal.

o parâmetro geodésico, dado por $a^2 b \omega^2 / GM$, ϕ é a latitude, G é a constante da gravitação, M é a massa da Terra, b é o semi-eixo menor do elipsóide, e ω é a velocidade angular da Terra.

De modo inteiramente análogo à equação (1.3) obtém-se a diferença de número esferopotencial entre dois pontos A e B através da fórmula

$$\Delta \tilde{C}_{AB} = \sum_A^B \bar{\gamma}_{ij} \delta n_{ij} . \quad (1.7)$$

A conversão dos números geopotenciais e esferopotenciais em unidades de comprimento requer uma divisão por um valor de gravidade. Quando tal valor é a gravidade normal sobre o elipsóide calculada para a latitude média da região de interesse obtêm-se as chamadas altitudes dinâmicas, ditas reais ou normais conforme sejam utilizados os números geopotenciais ou os números esferopotenciais. A altitude dinâmica real de um ponto A é então dada por

$$h_A^D = \frac{C_A}{\gamma_0(\bar{\phi})} , \quad (1.8)$$

enquanto que a altitude dinâmica normal pode ser calculada através da expressão

$$\tilde{h}_A^D = \frac{\tilde{C}_A}{\gamma_0(\bar{\phi})} , \quad (1.9)$$

sendo $\bar{\phi}$ a latitude média da região de interesse.

A diferença de altitude dinâmica real entre dois pontos A e B é dada por

$$\Delta h_{AB}^D = h_B^D - h_A^D = \frac{\Delta C_{AB}}{\gamma_0(\bar{\phi})}, \quad (1.10)$$

enquanto que a diferença de altitude dinâmica normal entre os tais pontos pode ser calculada pela expressão

$$\Delta \tilde{h}_{AB}^D = \tilde{h}_B^D - \tilde{h}_A^D = \frac{\Delta \tilde{C}_{AB}}{\gamma_0(\bar{\phi})}. \quad (1.11)$$

A defasagem existente entre uma diferença de altitude dinâmica real e uma diferença de altitude dinâmica normal recebe a denominação de correção de gravidade dinâmica. Tal correção reflete a influência do não conhecimento do campo gravífico real no cálculo de uma altitude dinâmica, podendo ser obtida pela seguinte fórmula ⁰³:

$$\Delta h_{AB}^D - \Delta \tilde{h}_{AB}^D = \frac{\Delta \ell_{AB}}{\gamma_0(\bar{\phi})} \Delta \bar{g}_{AB}. \quad (1.12)$$

Na equação (1.12) $\Delta \bar{g}_{AB}$ é a anomalia do ar livre⁸ média entre os pontos A e B e $\Delta \ell_{AB}$ é o desnível oriundo do nivelamento geométrico.

Como às altitudes dinâmicas falta significado geométrico, a divisão por $\gamma_0(\bar{\phi})$ somente obscurece o sig

⁸ $\Delta g = g - \gamma_0(\phi) + 0,3086 h$.

nificado físico inerente aos números geopotenciais e esferopotenciais. Na realidade, tanto os sistemas dos números geopotenciais e esferopotenciais como o das altitudes dinâmicas representam grandezas físicas não muito intuitivas, pois descrevem pontos sobre a mesma superfície equipotencial como sendo igualmente elevados [04].

1.2.3 - ALTITUDE ORTOMÉTRICA

A altitude ortométrica real de um ponto A do terreno é a distância entre o ponto e o geóide, medida ao longo da linha de força real de A. As altitudes ortométricas reais proporcionam a separação entre a superfície terrestre e o geóide. Considerando a equação (1.1) e o valor médio da gravidade entre o ponto A e o geóide, dado por

$$\bar{g}_A = \frac{1}{h_A^0} \int_0^A g d\ell ,$$

chega-se à seguinte expressão para a altitude ortométrica real de A:

$$h_A^0 = \frac{C_A}{\bar{g}_A} . \quad (1.13)$$

O problema inerente ao uso das altitudes ortométricas reais é que \bar{g}_A não pode ser determinado com rigor, posto que não se conhece a verdadeira distribuição de densidade ao longo da linha de força de A, necessitando-se então de um gradiente de gravidade hipotetizado ou postulado. Conseqüentemente, podem-se obter tantos sistemas de al

titudes ortométricas reais quantos sejam os métodos utilizados para o cálculo de \bar{g}_A ⁰⁵.

O sistema de altitudes ortométricas reais mais difundido e empregado é o de Helmert, que aceita o gradiente de Poincaré-Prey, -0,0848 mgal/m, como sendo representativo para qualquer ponto entre a superfície terrestre e o geóide. O gradiente de Poincaré-Prey pressupõe uma densidade constante para a crosta de 2,67 g/cm³ e, sendo constante, implica em uma variação linear da gravidade ao longo da linha de força. A gravidade média \bar{g}_A para o sistema das altitudes ortométricas reais de Helmert é dada por

$$\bar{g}_A = g_A + 0,0424 h_A , \quad (1.14)$$

sendo g_A a gravidade observada no ponto A e h_A a altitude não ajustada de A oriunda do nivelamento geométrico.

Outros métodos mais sofisticados de obtenção da gravidade média \bar{g}_A foram desenvolvidos por Niethammer, Mader e Mueller. O valor médio da gravidade calculada por estes métodos para casos extremos de altitudes acentuadas difere de cerca de 1 mgal para o valor de Helmert. Esta constatação ratifica o comportamento praticamente linear de g ao longo da linha de força, mostrando que as altitudes ortométricas reais podem ser calculadas com alto grau de exatidão ⁰⁶. Recentemente VANÍCEK sugeriu que o mais correto seria utilizar o gradiente do ar livre, -0,3086 mgal/m, no

tadamente nas áreas isostaticamente compensadas, para o cálculo de \bar{g}_A , mas as observações analisadas por STRANGE mostraram a maior correção do gradiente de Poincaré-Prey $|^{07}|$, $|^{08}|$. Tal fato leva à conclusão de que as altitudes de Helmert representam a melhor aproximação para as altitudes ortométricas reais.

Como já foi dito, a falta de informações gravimétricas é um problema tradicionalmente contornado pela utilização do campo gravífico normal. Por isso deve-se definir a chamada altitude ortométrica normal, que consiste na distância medida, ao longo da linha de força normal, entre um ponto da superfície e o esferope que passa pelo ponto inicial de referência para as altitudes na estação de maregrafo. Denotando a altitude ortométrica normal de um ponto A por \tilde{h}_A^0 tem-se

$$\tilde{h}_A^0 = \frac{\tilde{C}_A}{\bar{\gamma}(\phi)} , \quad (1.15)$$

onde \tilde{C}_A é o número esferopotencial de A e $\bar{\gamma}(\phi)$ é, em termos rigorosos, a gravidade normal média entre o ponto A e o esferope que passa pelo ponto inicial de referência para as altitudes. Na prática, porém, aceita-se o valor médio entre o ponto A e a superfície do elipsóide.

A defasagem entre uma diferença de altitude ortométrica real de Helmert e uma diferença de altitude ortométrica normal recebe a denominação de correção de gravi

dade ortométrica de Helmert. Tal correção reflete a influência do não conhecimento do campo gravífico real no cálculo de uma altitude de Helmert, podendo ser obtida pela seguinte fórmula ^[9]:

$$\Delta h_{AB}^0 - \Delta \tilde{h}_{AB}^0 = - \frac{\bar{h}_{AB}}{\gamma_0(\bar{\phi})} (\Delta g_B - \Delta g_A - 0,2238 \Delta \ell_{AB}). \quad (1.16)$$

Na equação (1.16) as anomalias da gravidade são do tipo do ar livre, \bar{h}_{AB} é a altitude média entre os pontos A e B, e $\Delta \ell_{AB}$ é o desnível oriundo do nivelamento geométrico antes do ajustamento.

1.2.4 - ALTITUDE NORMAL

A redução ao geóide de valores de gravidade observados na superfície terrestre envolve hipóteses sobre a distribuição de densidade na crosta. Este é um problema que afeta vários cálculos geodésicos convencionais. A ondulação geoidal resulta da diferença entre as altitudes geométrica ou elipsoidal e ortométrica. O cálculo da altitude ortométrica requer, por exemplo, a adoção do gradiente de Poincaré-Prey para a obtenção do valor médio da gravidade ao longo da linha de força entre o geóide e a superfície da Terra. Para evitar aproximações deste tipo MOLODENSKIJ propôs uma concepção diferente.

A Figura 1 mostra um ponto A do terreno projetado sobre o elipsóide ao longo da linha de força normal.

Seja P um ponto situado sobre esta linha de força normal de modo que o esferopotencial de P iguale o geopotencial de A, isto é, $U_P = W_A$. A variação de A ao longo da superfície terrestre faz com que P descreva uma superfície denominada teluróide. A distância contada ao longo da linha de força normal entre o teluróide e o elipsóide é denominada altitude normal, denotada por h_A^N para o ponto A. A separação entre o teluróide e a superfície da Terra recebe a denominação de anomalia de altitude, denotada por ζ_A . A altitude elipsoidal de A é então dada pela soma da altitude normal com a anomalia de altitude.

A altitude normal, bem como o teluróide, pode ser determinada a partir de observações gravimétricas e nivelamento geométrico. Inicialmente o número geopotencial de A é calculado através da equação (1.1) e a altitude normal pode então ser obtida pela seguinte expressão ^[10]:

$$h_A^N = \frac{C_A}{\gamma_0(\phi)} \left[1 + (1+m+f \cos 2\phi) \cdot \frac{C_A}{a\gamma_0(\phi)} + \left(\frac{C_A}{a\gamma_0(\phi)} \right)^2 \right] \quad (1.17)$$

Na equação (1.17) $\gamma_0(\phi)$ é a gravidade normal no ponto A_0 sobre o elipsóide.

É interessante notar que, se o geopotencial W fosse igual ao esferopotencial U em qualquer ponto, o teluróide coincidiria com a superfície física da Terra, sendo nula a anomalia de altitude. A Figura 1 mostra as anomalias de altitude contadas a partir do teluróide em direção à su

perfície terrestre, mas elas também podem ser referidas ao elipsóide, o que vem a gerar uma superfície que coincide com o geóide em mar aberto e discrepa deste de alguns centímetros nas demais regiões, com exceção das regiões montanhosas, nas quais esta discrepância pode atingir alguns metros [11]. MOLODENSKIJ denominou essa superfície de quase-geóide.

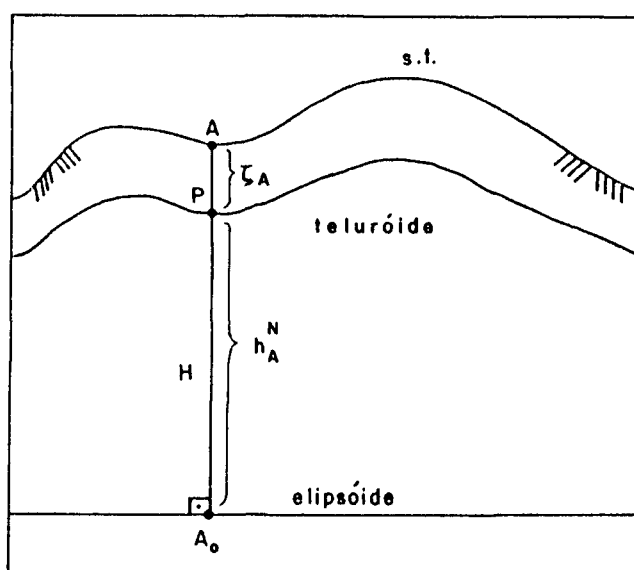


Fig. 1 - Altitude normal e teluróide.

Apesar de não se tratar de uma superfície equipotencial, as altitudes normais podem ser consideradas como os valores que separam o quase-geóide da superfície terrestre.

1.3 - OBTENÇÃO DOS SISTEMAS DE ALTITUDES

1.3.1 - SISTEMA DE MEDIÇÃO E PRECISÃO DO NIVELAMENTO GEOMÉTRICO

Os instrumentos básicos usados no nivelamento geométrico são um nível e uma mira graduada posicionada verticalmente. A medição fundamental é o desnível observado δl entre dois pontos próximos ocupados por um par de miras ou por uma única mira colocada sucessivamente em ambos os lados do nível. Fica caracterizado deste modo um lance de nivelamento. O desnível associado a um lance é determinado através de uma visada horizontal entre as duas estações de mira.

O nível consiste basicamente de um telescópio de pontaria capaz de girar em torno de um eixo vertical. A linha de visada é horizontalizada através de um nível de bolha ou automaticamente, através de um compensador⁹. No nivelamento de alta precisão são utilizados níveis com objetiva de 45 a 60mm de abertura e poder de ampliação de 35 a 50 vezes. Os níveis precisos dotados de bolha de coincidência materializam a visada horizontal com um erro máximo de $\pm 0'',2$, enquanto que nos níveis automáticos este erro situa-se entre $\pm 0'',1$ e $\pm 0'',2$ |¹²|.

⁹ *Conjunto de prismas com característica pendular, colocado na linha de colimação do telescópio, horizontalizando-a pela ação do campo gravítico terrestre.*

Para que a pontaria seja ajustada a uma graduação da mira, a linha de visada é levantada ou abaixada paralelamente através de uma placa plano-paralela colocada na frente das lentes da objetiva; o correspondente deslocamento é medido por um micrômetro. As miras possuem três metros de comprimento e, em geral, gravadas sobre uma fita de invar, duas graduações entre as quais existe uma defasagem constante.

O desnível observado entre duas estações de mira é dado pela diferença entre as leituras das visadas de ré e de vante. Devido à distância bastante pequena entre as estações de mira, pode-se negligenciar o não paralelismo dos geopes, bem como a mudança na curvatura do geope que passa através do telescópio do nível. Assim, δl corresponde à separação entre os geopes que passam nas estações de mira. A Figura 2 ilustra o processo de medição do nivelamento geométrico.

Uma seção de nivelamento é uma sequência ininterrupta de lances conduzida entre dois pontos de controle vertical denominados referências de nível (RN). Em cada lance presume-se que as miras equidistam do nível para atenuar a influência da refração atmosférica e que estão alinhadas com as respectivas linhas de força no campo gravífico real; considera-se ainda que o nível está perfeitamente horizontalizado e colimado¹⁰. Considerando que as miras têm um com

¹⁰ O erro de colimação resulta da defasagem angular entre a linha de visada real e a horizontal.

primento constante e que estão aferidas de acordo com um padrão pré-fixado e que as condições atmosféricas são estáveis durante cada lance, o desnível observado entre as RN A e B, $\Delta\ell_{AB}$, é dado pelo somatório dos desníveis observados em cada lance:

$$\Delta\ell_{AB} = \sum_A^B \delta\ell_i \quad .^{11} \quad (1.18)$$

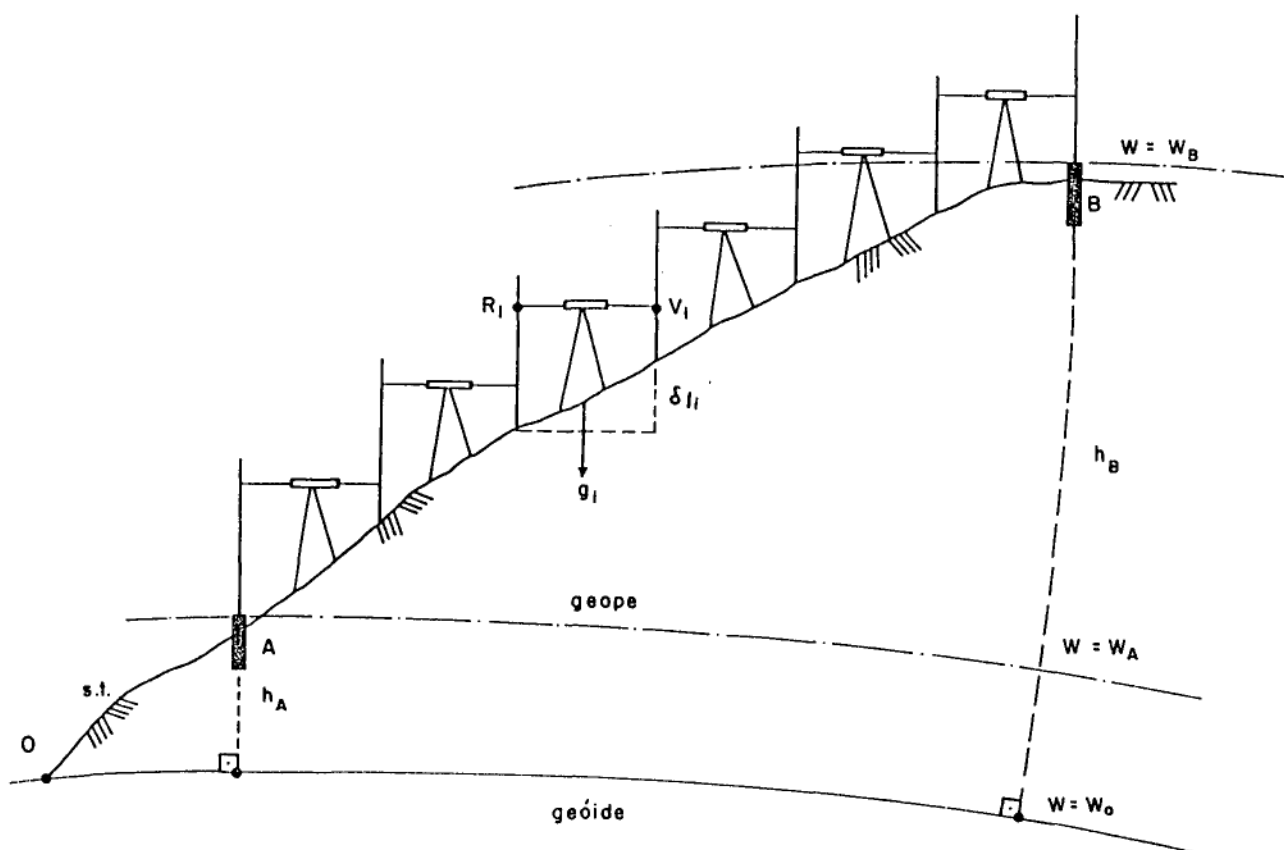


Fig. 2 - Processo de medição do nivelamento geométrico.

¹¹ Por comodidade abandona-se aqui o duplo subscrito presente às equações (1.3) e (1.7).

O desnível $\Delta\ell_{AB}$ depende do caminho percorrido para ligar as RN A e B, pois os geopes não são paralelos. A consequência é que o resultado do nivelamento para uma seção não corresponde à diferença de altitude ortométrica entre A e B. Uma determinação unívoca de altitude somente é possível se forem considerados valores observados de gravidade para o subsequente cálculo de uma diferença de número geopotencial. A partir dos números geopotenciais pode-se obter um sistema específico de altitudes.

A exatidão do desnível $\Delta\ell_{AB}$ é função da exatidão dos desníveis $\delta\ell$ associados a cada lance. Determinadas prescrições de procedimentos e instrumentais são estipuladas para o nivelamento geométrico com a finalidade de minimizar os erros inerentes a cada medição individual e de tornar aleatória a distribuição dos erros que inevitavelmente persistem ^[13].

O nivelamento geométrico consiste de várias ordens, cada uma delas tendo sido estabelecida para suprir determinadas necessidades. Assim, é comum serem encontradas as denominações "nivelamento de alta precisão ou de 1ª ordem, nivelamento de precisão ou de 2ª ordem e nivelamento para fins topográficos ou de 3ª ordem". Acha-se na literatura contemporânea o termo "nivelamento geodésico" no sentido de nivelamento geométrico. Enfatiza-se que tal termo pode gerar confusão por ter sido utilizado durante muito tempo com o significado de nivelamento trigonométrico ^[14].

A qualidade do nivelamento geométrico é função da natureza e da magnitude dos erros associados às medições individuais. Os erros grosseiros são detectados e eliminados a contento através de operações de nivelamento e contra-nivelamento com um par de miras usadas alternadamente para as visadas de ré e de vante.

Os erros sistemáticos normalmente se acumulam proporcionalmente à distância e à variação de altitude, podendo assumir valores indesejáveis. Tais valores têm padronizado várias prescrições de procedimentos do nivelamento geométrico. Estes erros representam o efeito da falta de exatidão nos instrumentos ou no processo de nivelamento, podendo também resultar de influências do meio ambiente, embora estas nem sempre sejam previsíveis. Alguns erros sistemáticos podem realmente ser eliminados através de um cumprimento rigoroso das prescrições de procedimentos. Outros podem ser satisfatoriamente controlados por meio de procedimentos de laboratório e campo. Entretanto, alguns erros sistemáticos são de difícil controle devido à complexidade física da fonte do erro.

Os erros acidentais inerentes aos resultados do nivelamento representam imperfeições aleatórias dos instrumentos, observações imprecisas e variações imprevisíveis no meio ambiente. Os erros acidentais não podem ser totalmente eliminados, mas podem ser mantidos pequenos

através de processos de redundância, como o que é conseguido com nivelamento e contra-nivelamento e dupla escala nas miras. Diz-se então que eles representam o nível de ruído, ou seja, o limite na precisão com que o nivelamento pode medir desníveis.

As estimativas dos erros acidentais do nivelamento fixam, dependendo da ordem, valores máximos para o desvio-padrão do desnível associado a uma seção ou a uma linha de nivelamento¹². A Tabela 1 mostra as prescrições adotadas no Brasil para o nivelamento geométrico.

1.3.2 - VÍNCULO ENTRE OS SISTEMAS DE ALTITUDES E O NIVELAMENTO GEOMÉTRICO

Já foi mostrado como as altitudes dinâmicas, ortométricas ou normais podem ser obtidas a partir dos números geopotenciais. Na prática, contudo, costuma-se utilizar uma aproximação que consiste no desenvolvimento teórico de expressões que representem as discrepâncias entre os desníveis observados no nivelamento e as correspondentes diferenças de altitudes. A finalidade desta aproximação é estreitar o vínculo entre os diversos sistemas de al

¹² Diz-se de uma seqüência ininterrupta de seções; um conjunto de linhas com retorno ao ponto de partida denomina-se circuito.

titudes e os resultados do nivelamento geométrico, fazendo com que as diferenças de altitudes difiram o menos possível dos desníveis observados. As altitudes assim obtidas são ditas altitudes práticas ^[15].

Essas discrepâncias ou correções usadas para calcular diferenças de altitude a partir dos desníveis observados são justificadas pela falta de paralelismo das superfícies equipotenciais, quer as altitudes estejam referidas ao campo gravítico real, quer estejam referidas ao campo gravítico normal. Na realidade, o principal motivo que induz à utilização das altitudes práticas diz respeito à exatidão com que certas grandezas devem ser avaliadas. As altitudes obtidas a partir de números geopotenciais necessitam de igual exatidão no numerador e no denominador de suas respectivas expressões, enquanto que a exatidão das altitudes práticas depende basicamente da exatidão com que as tais correções são calculadas, uma vez que o nivelamento geométrico é um processo de medição bastante exato.

Considere-se inicialmente o caso em que as altitudes podem estar referidas ao campo gravítico real. Reunindo as equações (1.2) e (1.10) pode-se escrever a diferença de altitude dinâmica real do seguinte modo:

$$\Delta h_{AB}^D = \frac{\Delta C_{AB}}{\gamma_0(\bar{\phi})} = \frac{1}{\gamma_0(\bar{\phi})} \int_A^B g d\ell = \frac{1}{\gamma_0(\bar{\phi})} \int_A^B \left[g - \gamma_0(\bar{\phi}) \right] d\ell + \int_A^B d\ell .$$

TABELA 1

ESPECIFICAÇÕES PARA O NIVELAMENTO GEOMÉTRICO

ITEM	NIVELAMENTO GEOMÉTRICO			
	DE ALTA PRECISÃO	DE PRECISÃO		PARA FINS TOPOGRÁFICOS
	FUNDAMENTAL	ÁREAS MAIS DESENVOLVIDAS	ÁREAS MENOS DESENVOLVIDAS	LOCAL
1. CONFIGURAÇÃO DOS CIRCUITOS E LINHAS				
1.1 - Geral				
. perímetro máximo dos circuitos	400 km	200 km	200 km	De acordo com as finalidades
. comprimento máximo das linhas	100 km	50 km	50 km	De acordo com as finalidades
. intervalo máximo entre as estações monumentadas ou comprimento da seção	3 km	3 km	3 km	-
1.2 - Regiões Metropolitanas				
. perímetro dos circuitos	8 - 10 km	2 - 3 km	De acordo com as finalidades	De acordo com as finalidades
. comprimento desejável das linhas	2 km	2 km	De acordocom as finalidades	De acordocom as finalidades
. comprimento da seção	1 - 3 km	1 - 3 km	< 3 km	< 3 km
2. MEDIÇÃO DE DESNÍVEIS				
2.1 - Procedimentos	Nivelamento duplo (N e CN)	Nivelamento duplo (C e CN)	Nivelamento duplo (N e CN)	Nivelamento duplo (N e CN) ou simples
2.2 - Instrumental	Nível automático ou de bolha com micrômetro ótico de placas plano-paralelas. Miras de invar com dupla graduação	Nível automático ou de bolha com micrômetro ótico de placas plano-paralelas. Miras de invar com dupla graduação	Nível automático ou de bolha com micrômetro ótico de placas plano-paralelas. Miras de invar	Nível automático ou de bolha e miras
2.3 - Colimação do nível (C)				
a) Não precisa ser retificado	$ C \leq 0,01 \text{ mm/m}$	Idem	Idem	-
b) Poderá ser retificado	$0,01 < C \leq 0,03 \text{ mm/m}$	Idem	Idem	-
c) Deverá ser retificado	$ C > 0,03 \text{ mm/m}$	Idem	Idem	-
2.4 - Comprimento máximo da visada	100 metros	100 metros	100 metros	100 metros
2.5 - Divergência de leitura entre duas graduações em unidades da mira	0,0002 m	Idem	Idem	Idem
2.6 - Uso dos três fios - divergência entre 1º e 2º, 2º e 3º	0,002 m	0,002 m	0,005 m	0,005 m
2.7 - Diferença máxima tolerável entre os comprimentos das visadas de ré e vante acumulada para a seção	3 m	5 m	10 m	10 m
3. CONTROLES PARA A QUALIDADE				
3.1 - Diferença máxima aceitável entre o nivelamento e o contra-nivelamento de uma seção (k=comprimento da seção em km)	$3 \text{ mm } \sqrt{k}$	$6 \text{ mm } \sqrt{k}$	$8 \text{ mm } \sqrt{k}$	$12 \text{ mm } \sqrt{k}$
3.2 - Diferença máxima aceitável entre o nivelamento e o contra-nivelamento de uma linha (k=comprimento da linha em km)	$4 \text{ mm } \sqrt{k}$	$6 \text{ mm } \sqrt{k}$	$8 \text{ mm } \sqrt{k}$	$12 \text{ mm } \sqrt{k}$
3.3 - Valor máximo para a razão entre a discrepância acumulada e o perímetro do circuito	0,5 mm/km	5 mm/km	5 mm/km	10 mm/km
4. ERRO-PADRÃO MÁXIMO ACEITÁVEL PARA UMA LINHA APÓS O AJUSTAMENTO (k=comprimento da linha em km)	$2 \text{ mm } \sqrt{k}$	$3 \text{ mm } \sqrt{k}$	$4 \text{ mm } \sqrt{k}$	$6 \text{ mm } \sqrt{k}$

O segundo termo representa o desnível observado $\Delta\ell_{AB}$; o primeiro, portanto, nada mais é que a correção dinâmica CD_{AB} . Tem-se então

$$CD_{AB} = \int_A^B \frac{g - \gamma_0(\bar{\phi})}{\gamma_0(\bar{\phi})} d\ell = \sum_A^B \frac{g_i - \gamma_0(\bar{\phi})}{\gamma_0(\bar{\phi})} \delta\ell_i. \quad (1.19)$$

A correção dinâmica é realmente muito pequena quando comparada à diferença de altitude dinâmica, pois $|g - \gamma_0(\bar{\phi})|/\gamma_0(\bar{\phi})$ é, em valor absoluto, muito inferior a $g/\gamma_0(\bar{\phi})$. Isso vem de encontro à principal característica das chamadas altitudes práticas.

A correção ortométrica CO_{AB} pode ser facilmente obtida em função da correção dinâmica através da expressão

$$CO_{AB} = CD_{AB} + \frac{\bar{g}_A - \gamma_0(\bar{\phi})}{\gamma_0(\bar{\phi})} h_A - \frac{\bar{g}_B - \gamma_0(\bar{\phi})}{\gamma_0(\bar{\phi})} h_B, \quad (1.20)$$

onde \bar{g}_A e \bar{g}_B podem ser obtidos mediante o uso de um determinado gradiente de gravidade (Poincaré-Prey, por exemplo) e h_A e h_B , altitudes de A e B, não necessitam ser conhecidas com muita exatidão [16].

A correção normal CN_{AB} é obtida diretamente a partir da equação (1.20) fazendo a substituição de \bar{g}_A e \bar{g}_B pelos respectivos valores médios de gravidade normal $\bar{\gamma}_A$ e $\bar{\gamma}_B$. Resulta então a expressão

$$CN_{AB} = CD_{AB} + \frac{\bar{\gamma}_A - \gamma_0(\bar{\phi})}{\gamma_0(\bar{\phi})} h_A - \frac{\bar{\gamma}_B - \gamma_0(\bar{\phi})}{\gamma_0(\bar{\phi})} h_B. \quad (1.21)$$

Para resumir, as diferenças de altitude dinâmica, ortométrica e normal, referidas ao campo gravífico real, podem ser respectivamente obtidas através de

$$\Delta h_{AB}^D = \Delta \ell_{AB} + CD_{AB}, \quad (1.22)$$

$$\Delta h_{AB}^O = \Delta \ell_{AB} + CO_{AB} \text{ e} \quad (1.23)$$

$$\Delta h_{AB}^N = \Delta \ell_{AB} + CN_{AB}. \quad (1.24)$$

Considere-se agora o caso em que há informações gravimétricas insuficientes. A solução clássica consiste em contornar este problema através da adoção do campo gravífico normal. A partir das equações (1.5) e (1.6) pode-se expressar a gravidade normal para um ponto situado a uma altitude elipsoidal H , ou seja,

$$\gamma(\phi) = \gamma_E [1 + \alpha \sin^2 \phi + \beta \sin^2 2\phi - k_1(\phi) H], \quad (1.25)$$

onde a função $k_1(\phi)$ é dada pela seguinte expressão:

$$k_1(\phi) = \frac{2}{a} (1 + \alpha \sin^2 \phi + \beta \sin^2 2\phi) (1 + m + f \cos 2\phi). \quad (1.26)$$

Em termos de diferença de potencial a equação de um esferope pode ser representada pelo valor constante do número geopotencial normal associado a esse esferope.

Negligenciando a discrepância entre o esferoide de referência para as altitudes ortométricas normais e a superfície do elipsóide, bem como as ondulações geoidais, pode-se escrever:

$$\begin{aligned}\tilde{C} &= \int_0^{\tilde{h}^0} \gamma(\phi) \, dn = \int_0^{\tilde{h}^0} \gamma_E (1 + \alpha \sin^2 \phi + \beta \sin^2 2\phi - k_1(\phi) \tilde{h}^0) \, dn = \\ &= \text{constante.}\end{aligned}\quad (1.27)$$

Considerando que γ_E pode ser incorporado à constante e realizando a integração, obtêm-se a seguinte expressão:

$$(1 + \alpha \sin^2 \phi + \beta \sin^2 2\phi) \tilde{h}^0 - \frac{k_1(\phi)}{2} (\tilde{h}^0)^2 = \text{constante.} \quad (1.28)$$

Esta última expressão relacionando as variáveis \tilde{h}^0 e ϕ será utilizada para deduzir a correção ortométrica que, adicionada aos desníveis observados, transformá-los-á em diferenças de altitude ortométrica normal. Diferenciando a equação (1.28), obtêm-se após algumas transformações

$$d\tilde{h}^0 = - \tilde{h}^0 \frac{(\alpha \sin 2\phi + 2\beta \sin 4\phi - k_2(\phi) \tilde{h}^0)}{(1 + \alpha \sin^2 \phi + \beta \sin^2 2\phi - k_1(\phi) \tilde{h}^0)} \, d\phi, \quad (1.29)$$

onde

$$k_2(\phi) = \frac{1}{2} \frac{dk_1(\phi)}{d\phi}. \quad (1.30)$$

Como em termos práticos todas as correções aqui desenvolvidas são aplicadas aos desníveis observados

ao longo de seções, a equação (1.29) assume o seguinte aspecto:

$$CO_{AB} = - \bar{h}^0 \frac{(\alpha \sin 2\bar{\phi} + 2\beta \sin^4 \bar{\phi} - k_2(\bar{\phi}) \bar{h}^0)}{(1 + \alpha \sin^2 \bar{\phi} + \beta \sin^2 2\bar{\phi} - k_1(\bar{\phi}) \bar{h}^0)} \Delta\phi. \quad (1.31)$$

Na equação (1.31) \bar{h}^0 é a altitude média da seção, $\bar{\phi}$ é a latitude média da seção e $\Delta\phi$ é a diferença de latitude entre os extremos da seção. Uma inspeção nas expressões de $k_1(\phi)$ e $k_2(\phi)$ mostra que elas podem ser negligenciadas para um cálculo prático de CO_{AB} ; não obstante, devido ao aspecto teórico do desenvolvimento apresentado, manter-se-á a equação (1.31) para a correção ortométrica.

As fórmulas usualmente encontradas para a correção dinâmica baseada no campo gravífico normal apresentam o problema de conterem erros da ordem do valor esperado da correção. Por isso as altitudes dinâmicas normais devem ser calculadas a partir das altitudes ortométricas normais ^[17]. Considerando a equação (1.27) dividida por $\gamma_0(\bar{\phi})$, obtém-se, de acordo com a equação (1.9),

$$\tilde{h}^D = \frac{\gamma_E}{\gamma_0(\bar{\phi})} (1 + \alpha \sin^2 \bar{\phi} + \beta \sin^2 2\bar{\phi}) \tilde{h}^0 - \frac{\gamma_E}{2\gamma_0(\bar{\phi})} k_1(\bar{\phi}) (\tilde{h}^0)^2, \quad (1.32)$$

fórmula que fornece altitudes dinâmicas referidas ao campo gravífico normal.

Com a utilização do campo gravífico normal no lugar do campo gravífico real desaparece a distinção entre

altitudes ortométricas e altitudes normais. Não faz sentido então procurar uma correção normal baseada no campo normal da gravidade, pois a mesma se confundiria com a correção ortométrica. Por isso permanecem as equações (1.17) e (1.24) para o cálculo de altitudes normais referidas ao campo gravífico real.

1.4 - DATUM VERTICAL

1.4.1 - CONCEPÇÃO CLÁSSICA: O NÍVEL MÉDIO DOS MARES

Datum vertical é a superfície de referência à qual estão vinculadas todas as altitudes de uma determinada rede altimétrica. Para as altitudes referidas ao campo gravífico real a superfície de referência é, em termos rigorosos, o geóide, enquanto que, para as altitudes referidas ao campo gravífico normal, utiliza-se o esferope que passa pelo ponto inicial de contagem de altitudes na estação de marégrafo. Ainda neste último caso o geóide exerce papel preponderante, pois o tal ponto inicial nada mais é do que a interseção do geóide com uma baliza vertical fictícia colocada na estação de marégrafo. A Figura 3 ilustra a situação descrita.

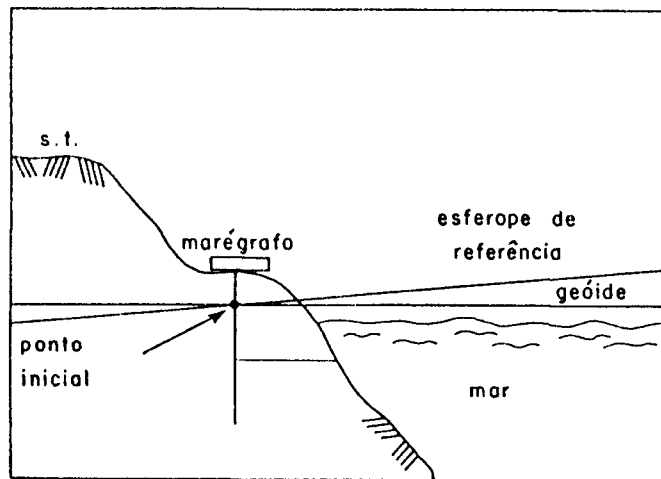


Fig. 3 - Superfícies de referência para altitudes.

Contudo, como as altitudes têm sido tradicionalmente referidas ao nível médio dos mares, isto implica em aceitar sua coincidência com o geóide, no caso das altitudes ortométricas reais, ou como quase-geóide, no caso das altitudes normais. Para fins de simplicidade, concentrar-se-á a presente discussão no caso das altitudes ortométricas reais. Há algumas décadas acreditava-se que a discrepância entre o nível médio dos mares e o geóide, denominada topografia da superfície do mar, era negligenciável, resultando daí a arcaica assertiva de que o geóide, em termos continentais, era definido pelo prolongamento do nível médio dos mares. Com esta aproximação o problema de posicionar o geóide reduzia-se à determinação do nível médio dos mares.

A coincidência entre o geóide e o nível médio dos mares não resiste a uma análise minuciosa, principalmente devido ao modo como este último é definido. Sua determi

nação depende do período de observação, não leva em conta deslocamentos verticais da crosta ou mudanças no nível dos mares causadas por degelo, variações tectônicas do fundo do mar ou acúmulo progressivo de sedimentos, e sua definição não considera a existência da topografia da superfície do mar. Isto introduz erros nas altitudes calculadas geralmente maiores que os erros inerentes ao nivelamento geométrico |¹⁸|.

1.4.2 - TOPOGRAFIA DA SUPERFÍCIE DO MAR

Para que haja um bom entendimento da topografia da superfície do mar, faz-se necessário relembrar alguns aspectos inerentes ao ponto de partida para o estabelecimento de uma rede altimétrica, ou seja, a estação de marégrafo.

As variações do nível do mar instantâneo com respeito ao zero arbitrário do marégrafo, H_{NM} , são registradas e o nível médio dos mares local é calculado. A altitude de uma RN próxima à estação de marégrafo, $H_{NMM} + \Delta H_{RN-M}$ é estabelecida com respeito ao nível médio dos mares local, sendo ΔH_{RN-M} obtido através de nivelamento geométrico (Figura 4). Na realidade este procedimento pode ser repetido para outras eventuais estações de marégrafo. As altitudes de todos os outros pontos da rede são então obtidas a partir das RN de partida através do acúmulo das diferenças de altitude ao longo das linhas de nivelamento.

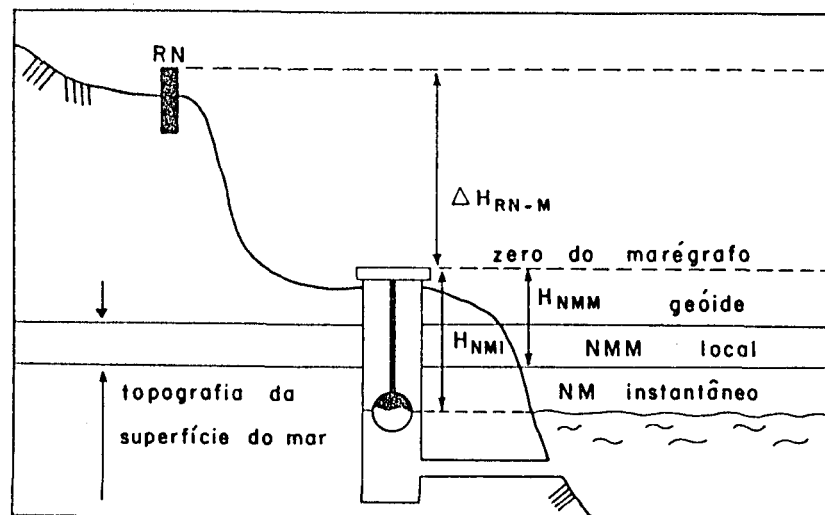


Fig. 4 - Topografia da superfície do mar.

Vê-se assim que as altitudes referidas ao nível médio dos mares local são apenas aproximações para as altitudes sobre o geóide. A diferença existente pode atingir vários decímetros e é denominada topografia da superfície do mar ^[19]. A origem desta discrepância está ligada ao fato de o nível médio dos mares não corresponder ao estado de equilíbrio de uma massa fluída homogênea. Se a topografia da superfície do mar for negligenciada, a rede altimétrica resultará deformada e, conseqüentemente, as altitudes de todos os pontos estarão eivadas de distorções.

Quatro técnicas conceitualmente distintas podem ser aplicadas para calcular a topografia da superfície do mar: "nivelamento estérico" (steric leveling), estudos de circulação global, altimetria por satélite, e "técnica de resposta local" (local response technique). O nivelamento estérico avalia variações da densidade da água do mar

com a profundidade num determinado número de pontos, sendo a topografia da superfície do mar calculada por integração sobre seções verticais que mostram a variação de densidade. Estudos de circulação global baseiam-se na distribuição tridimensional da velocidade da água; as equações diferenciais do movimento da água do mar são resolvidas e a topografia da superfície do mar resulta como um sub-produto. A altimetria por satélite é uma técnica já mais moderna na qual um satélite emite feixes de ondas eletromagnéticas e registra os tempos gastos pelos feixes para chegarem à superfície do mar, serem refletidos e retornarem ao satélite. Nenhuma das três técnicas já descritas fornece resultados suficientemente confiáveis para que possam ser aplicados. Valores mais exatos têm sido obtidos através da técnica de resposta local, que se baseia na investigação de uma resposta permanente do nível do mar aos vários efeitos locais, tais como temperatura, pressão atmosférica, descargas fluviais, etc. A utilização dos valores médios destas anomalias permite a avaliação da topografia da superfície do mar $|^{20}|$.

1.4.3 - DETERMINAÇÃO DO NÍVEL MÉDIO DOS MARES

Apesar de ser o problema mais sério, a existência da topografia da superfície do mar não é o único aspecto crítico associado à adoção do nível médio dos mares como superfície de referência para as altitudes.

Entendendo que o nível médio dos mares varia com o tempo, o mesmo acontece com o geóide e com o geopotencial que o define. Por isso o nível médio dos mares e o datum vertical devem ser considerados fixos para o período de estabelecimento da rede altimétrica.

Um terceiro problema a ser discutido advém da determinação básica do nível médio dos mares. Uma simples média das leituras horárias na estação de marégrafo pode originar uma tendenciosidade devido a influências indesejáveis de curto período, acarretando uma discrepância entre o valor médio obtido e o valor médio real. As variações do curto período causadas por tsunamis¹³, ondas, marés diurnas e semi-diurnas devem ser efetivamente filtradas [21]. As preocupações voltam-se então para os efeitos seculares e de longo período que afetam as médias mensais ou anuais utilizadas para a determinação do nível médio dos mares local.

MONTGOMERY, citado em [22], [23], reuniu os fenômenos de longo período que mais contribuem para as oscilações do nível do mar: variações da pressão atmosférica, efeitos dinâmicos causados por mudanças nas correntes marítimas, variações dos ventos, mudanças "termosalínicas" (thermohaline), flutuações nas descargas fluviais, mudanças na configuração batimétrica, degelo das calotas polares e marés de longo período.

¹³ Onda oceânica de comprimento de onda bastante grande gerada basicamente por eventos sísmicos.

As mudanças ocasionadas por variações da pressão atmosférica podem atingir vários decímetros. O abaixamento da superfície do mar é diretamente proporcional à pressão, com coeficiente de proporcionalidade de cerca de 1 cm/mbar.

As variações temporais das correntes marítimas são pouco conhecidas, mas o efeito da tensão causada pelos ventos tem sido extensivamente estudado e pode atingir alguns metros. Efeitos eólicos de longo período são naturalmente bem menores, podendo atingir alguns decímetros.

A estrutura termosalínica é relativamente estável, mas pode proporcionar variações periódicas de alguns decímetros no nível do mar. O efeito da temperatura tem sido avaliado, atingindo alguns centímetros por grau Celsius, mas pouco se conhece sobre as variações de salinidade.

As flutuações nas descargas fluviais podem contribuir ao nível do decímetro para variações do nível do mar. Já os efeitos das mudanças na batimetria são de difícil avaliação e são considerados normalmente pequenos.

O degelo das calotas polares é o principal responsável pelo fenômeno da eustasia¹⁴. O valor real do au

¹⁴ *Eustasia corresponde às variações seculares do nível médio dos mares.*

mento eustático de águas é um tanto quanto incerto, sendo estimados valores entre 5 e 15 cm/século.

As magnitudes dos componentes das marés de longo período são pequenas, além de não terem muita importância prática. A maré anual tem uma amplitude teórica de cerca de 0,5 cm, mas sua amplitude real não é determinada com precisão devido à interferência do efeito da temperatura. O valor teórico de equilíbrio da maré semi-anual gira em torno de 3 cm, mas seu valor real não é bem conhecido devido à interferência de efeitos meteorológicos. Os movimentos do perigeu lunar e do nodo lunar, com períodos de 8,85 e 18,6 anos, respectivamente, produzem variações da ordem de 1 cm. Devido à pequena amplitude do componente de período 18,6 anos, não se faz necessário observar por tal tempo as variações do nível do mar para que seja eliminada a influência do movimento do nodo lunar.

Considere-se agora o seguinte filtro linear para obtenção de valores significativos do nível médio dos mares em períodos inferiores a 18,6 anos $[^{24}]$, $[^{25}]$:

$$H_{NMM}(t_0) = \lambda(t) - C_E(t - t_0) - \sum_{i=1}^n C_i [P_i(t) - \bar{P}_i] - \sum_{j=1}^5 (a_j \cos \omega_j t + b_j \sin \omega_j t). \quad (1.32)$$

Na equação (1.32) $P_i(t)$ representa as séries, em função do tempo, dos dados registrados nas vizinhanças do marégrafo

(dados meteorológicos, temperatura da água, pressão barométrica, etc.), $\ell(t)$ é uma série composta pelas médias mensais do nível do mar, t_0 é a época de cálculo do nível médio dos mares, C_E é a taxa de variação do aumento eustático combinado com a parte linear dos movimentos locais da crosta e os ω_j são as frequências das marés de longo período e do movimento chandleriano¹⁵. Os parâmetros $H_{NMM}(t_0)$, C_E , C_i , a_j e b_j são determinados através de ajustamento por mínimos quadrados.

Já foi comentado o problema associado à variação temporal do nível médio dos mares e, conseqüentemente, do geóide. Para contornar este aspecto crítico, sugere-se que a época t_0 do cálculo do nível médio dos mares coincida com a data do ajustamento da rede altimétrica. Esta convenção fixa o geóide, pelo menos conceitualmente, no tempo e no espaço.

¹⁵ Movimento livre, de cerca de $0'',15$ de amplitude, do eixo de rotação em torno do eixo de máxima inércia de uma Terra com características elásticas.

2. FONTES DE ERRO NO NIVELAMENTO GEOMÉTRICO

2.1 INTRODUÇÃO

2.2 NÍVEL

2.2.1 ERRO DE COLIMAÇÃO

2.2.2 DETERMINAÇÃO DO FATOR DE COLIMAÇÃO

2.2.3 FLUTUAÇÕES NA COLIMAÇÃO

2.3 MIRAS

2.3.1 ERRO DE VERTICALIDADE

2.3.2 ERRO DE GRADUAÇÃO - ERRO DE ÍNDICE - DILATAÇÃO TÉRMICA

2.3.3 AFERIÇÃO DAS MIRAS

2.4 REFRAÇÃO ATMOSFÉRICA

2.4.1 ERRO DE REFRAÇÃO

2.4.2 MODELOS MATEMÁTICOS PARA A CORREÇÃO DE REFRAÇÃO

2.4.3 CINTILAÇÕES

2.5 PONTARIA

2.6 CURVATURA DOS GEOPES

2.7 MARÉS TERRESTRES

2.8 ESTABILIDADE DO TERRENO

2.9 CAMPOS MAGNÉTICOS

2. FONTES DE ERRO NO NIVELAMENTO GEOMÉTRICO

2.1 - INTRODUÇÃO

Não é raro encontrar quem considere o nivelamento geométrico uma técnica bastante simples. De fato, tomando-se como base tão somente o seu sistema de medição, tal ponto de vista acaba por prevalecer. Entretanto, uma verificação mais aprofundada revela que o nivelamento geométrico, no que diz respeito a seus fundamentos teóricos, não é uma técnica simples, mormente nos casos que requerem uma alta exatidão, como no estabelecimento do arcabouço altimétrico básico. Somente um estudo extensivo das fontes de erro que interferem no processo de medição e o conseqüente controle dos efeitos de tais erros pode propiciar uma alta exatidão nos resultados do nivelamento geométrico.

Já foi enfatizado no capítulo anterior que a qualidade do nivelamento geométrico é função da natureza e da magnitude dos erros associados às medições individuais. Os erros grosseiros, originados por falhas dos operadores, são eliminados com eficácia através de operações de nivelamento e contra-nivelamento, utilização de miras com escala dupla e comparações entre nivelamentos recentes e antigos. Os erros grosseiros mais comuns são: deslocamento de uma estação de mira entre dois lances, erro de leitura superior a 5mm e inversão das visadas de ré e de vante.

Os erros sistemáticos são ocasionados pela falta de exatidão nos instrumentos ou no processo de nivelamento e por influências nem sempre previsíveis do meio ambiente. O acúmulo dos erros sistemáticos com a distância e com a variação de altitude pode originar valores inadmissíveis, comprometendo seriamente a exatidão do nivelamento geométrico. O estudo de tais erros, bem como das precauções a serem tomadas para evitá-los, é o objetivo central do presente capítulo.

Os erros acidentais representam as variações instrumentais imprevisíveis e as mudanças aleatórias no meio ambiente e no processo de nivelamento. Os erros acidentais não podem ser eliminados. Alguns podem ser mantidos dentro de limites aceitáveis e outros, como será visto, podem ser evitados.

2.2 - NÍVEL

2.2.1 - ERRO DE COLIMAÇÃO

O nível utilizado no nivelamento geométrico deve proporcionar uma linha de visada horizontal. Para tanto a linha de visada deve ser perpendicular à direção do vetor gravidade no ponto em que o nível está instalado. Na prática, devido a uma imperfeição sistemática no processo de materialização da horizontalidade da linha de visada, esta última não assume rigorosamente a posição horizontal. O erro de co

colimação vem a ser a defasagem angular entre a linha de visada real e a horizontal. A Figura 5 mostra o efeito do erro de colimação em uma leitura feita numa mira.

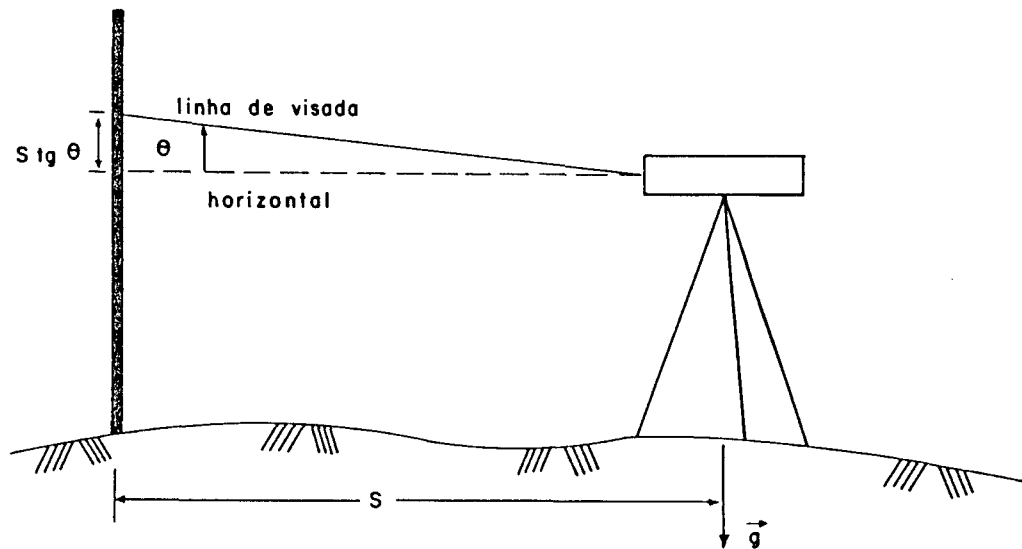


Fig. 5 - Efeito do erro de colimação.

Uma precaução óbvia para a diminuição do efeito do erro de colimação é a redução da distância de visada S . O ângulo θ deve ser medido antes da realização de qualquer trabalho e, se necessário, deve ser ajustado a uma determinada especificação. Para lances equilibrados, em que as distâncias de visada de ré e de vante são iguais, os erros de colimação cancelam-se quando da leitura de ré é subtraída a leitura de vante. Como é impossível equilibrar todos os lances, a contribuição total do erro de colimação pode ser limitada pela manutenção de um desequilíbrio¹⁶ pe

¹⁶ Diferença entre as distâncias de visada de ré e de vante num determinado lance.

queno com características acidentais (alternância de sinal). Havendo acúmulo sistemático, as correções de colimação devem ser aplicadas. Tais correções são calculadas a partir do desequilíbrio das visadas e de um valor determinado a priori para o ângulo θ . A Figura 6 ilustra a quantidade a ser introduzida como correção ao desnível associado a um lance.

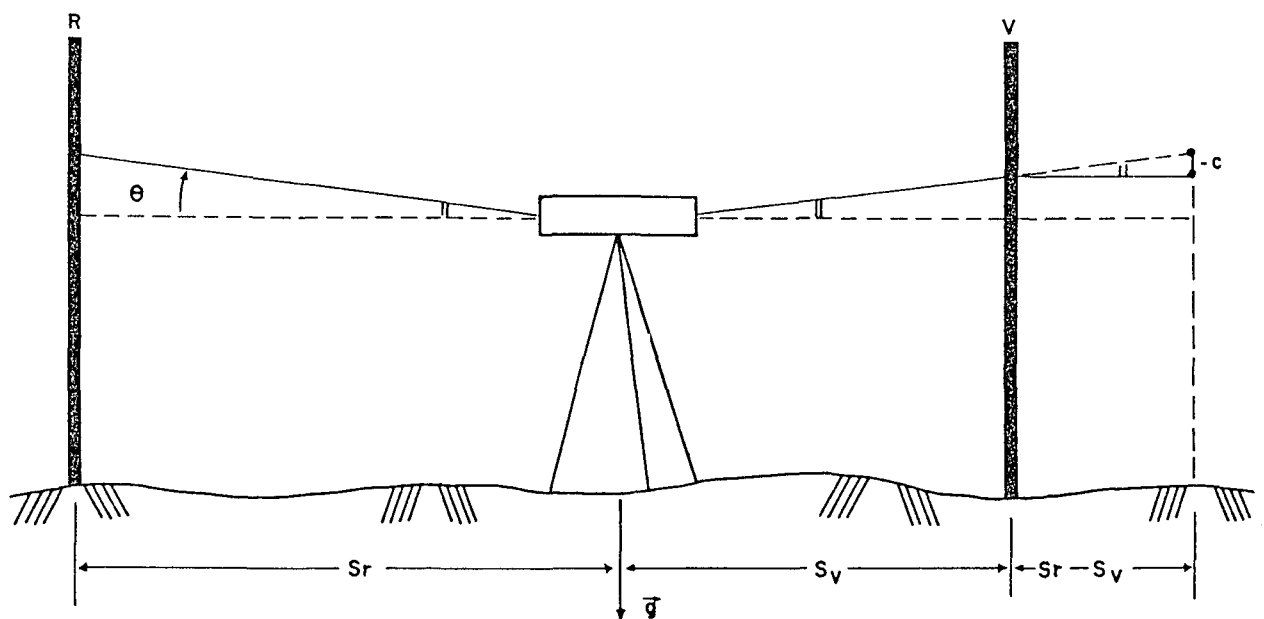


Fig. 6 - Correção de colimação para um lance.

É fácil ver que, para um lance isolado a correção de colimação é dada por

$$c = -\operatorname{tg}\theta \cdot (S_r - S_v) = -\operatorname{tg}\theta \cdot \Delta S, \quad (2.1)$$

onde S_r e S_v denotam, respectivamente, as distâncias de visa

da de ré e de vante. Na realidade, aplica-se a correção ao desnível resultante para a seção através da expressão

$$c_s = -\text{tg}\theta \cdot \sum(\Delta S), \quad (2.2)$$

sendo $\sum(\Delta S)$ a soma algébrica dos desequilíbrios de todos os lances que formam a seção. A correção c_s é adicionada ao desnível da seção.

Para um nível bem projetado e sujeito a uma manutenção criteriosa, o erro de colimação não deve se alterar quando o instrumento é refocalizado ou girado em torno de seu eixo vertical.

2.2.2 - DETERMINAÇÃO DO FATOR DE COLIMAÇÃO

A verificação da colimação de um determinado nível deve ser feita rotineiramente, pois ela pode sofrer alterações de acordo com as condições de trabalho às quais o instrumento é submetido.

A verificação da colimação, que deve ser feita no início de cada dia de trabalho, apresenta duas finalidades: mostrar que o nível atende às especificações do levantamento a ser realizado e fornecer o valor do ângulo θ para que possam ser aplicadas as correções de colimação.

Dois desníveis são observados entre os mesmos dois pontos através de lances distintos, sendo que um ou am

bos os lances apresentam um desequilíbrio. Como os dois desníveis devem ser iguais, qualquer diferença resulta dos efeitos dos erros de colimação, pontaria, refração e curvatura. Essas operações devem ser realizadas em terreno plano para evitar aspectos críticos dos erros de curvatura e, principalmente, de refração (ver seções 2.4 e 2.6). O erro de pontaria é eficazmente limitado por meio de leituras cuidadosas nas duas escalas de cada mira. A influência conjunta de curvatura e refração é facilmente calculada através de uma fórmula aproximada em função das distâncias de visada em cada lance.

Considere-se inicialmente o caso em que ambos os desníveis são observados no mesmo sentido. A igualdade entre os resultados é representada por

$$\Delta l_1 - \text{tg}\theta \cdot \Delta S_1 - (e_{r1} - e_{v1}) = \Delta l_2 - \text{tg}\theta \cdot \Delta S_2 - (e_{r2} - e_{v2}), \quad (2.3)$$

onde Δl denota um desnível observado, ΔS um desequilíbrio nas distâncias de visada, e_r a influência de curvatura e refração a leitura de ré e e_v a mesma influência na leitura de vante. Os subscritos 1 e 2 referem-se, respectivamente, ao primeiro e segundo lances. Explicitando na equação (2.3) o valor de $\text{tg}\theta$, denominado fator de colimação, obtém-se:

$$\text{tg}\theta = \frac{\Delta l_1 - \Delta l_2 - (e_{r1} - e_{v1}) + (e_{r2} - e_{v2})}{\Delta S_1 - \Delta S_2}. \quad (2.4)$$

A aplicabilidade da equação (2.4) pode ser exemplificada através do método de Kukkamäki para a obtenção do fator de colimação. Neste método o primeiro lance é equilibrado e, portanto, e_{r_1} é igual a e_{v_1} e ΔS_1 é nulo. A Figura 7 ilustra os procedimentos de campo usados no método de Kukkamäki [26].

Com as distâncias de visada adotadas no método de Kukkamäki a equação (2.4) assume o seguinte aspecto:

$$\text{tg}\theta = \frac{\Delta l_1 - \Delta l_2 + (e_{20} - e_{40})}{20} . \quad (2.5)$$

Considere-se agora o caso em que os dois níveis são observados em sentidos contrários. Nesta situação os resultados são simétricos, prevalecendo a expressão

$$\Delta l_1 - \text{tg}\theta \cdot \Delta S_1 - (e_{r_1} - e_{v_1}) + \Delta l_2 - \text{tg}\theta \cdot \Delta S_2 - (e_{r_2} - e_{v_2}) = 0, \quad (2.6)$$

que, resolvida para o fator de colimação, $\text{tg}\theta$, fornece:

$$\text{tg}\theta = \frac{\Delta l_1 + \Delta l_2 - (e_{r_1} - e_{v_1}) - (e_{r_2} - e_{v_2})}{\Delta S_1 + \Delta S_2} . \quad (2.7)$$

O método "10-40", ilustrado na Figura 8, exemplifica a aplicação da equação (2.7). Neste método os lances são igualmente desequilibrados. Além disso, é fácil ver que e_{r_1} é igual a e_{r_2} e e_{v_1} iguala-se a e_{v_2} [27].

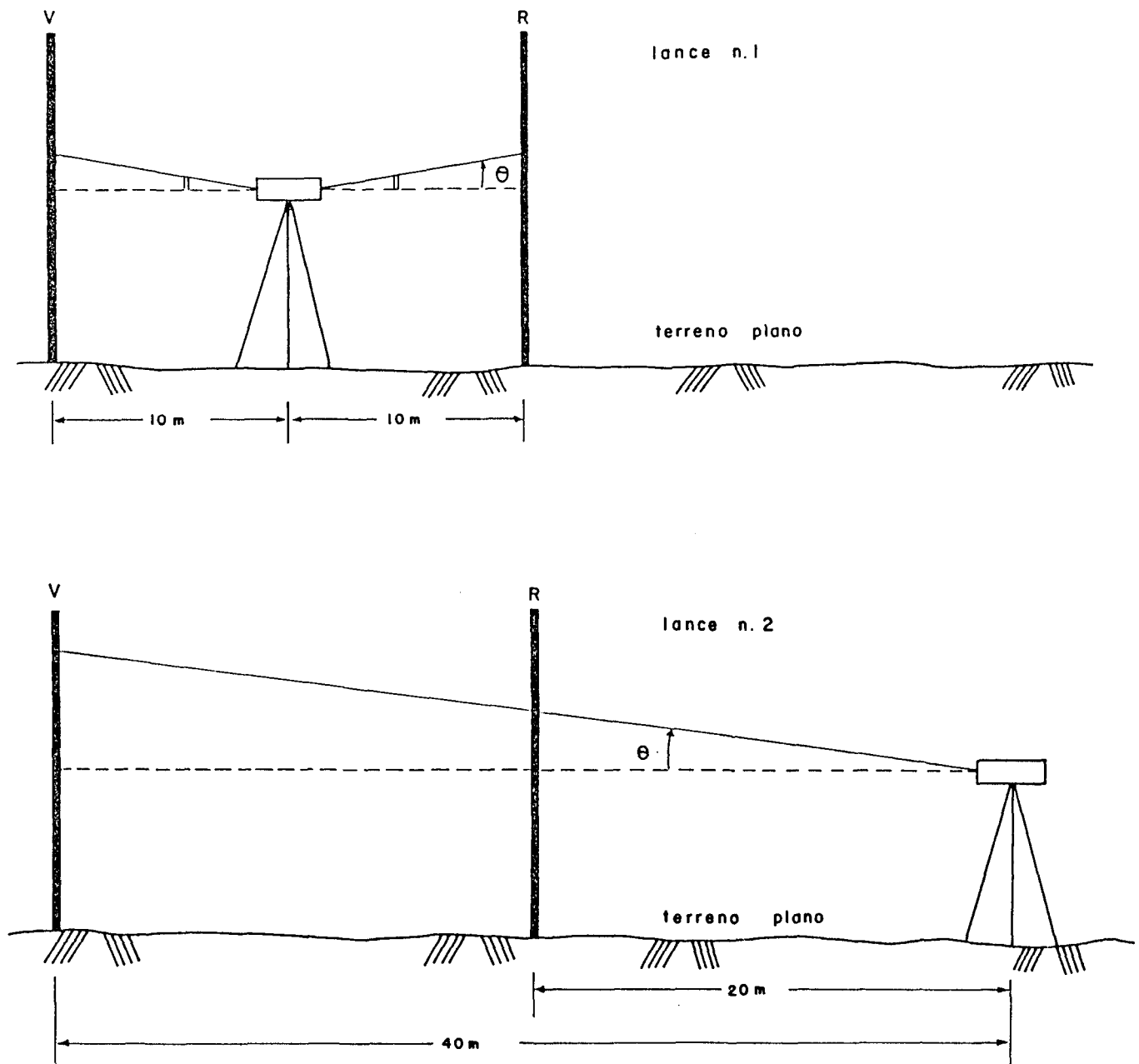


Fig. 7 - Método de Kukkamäki.

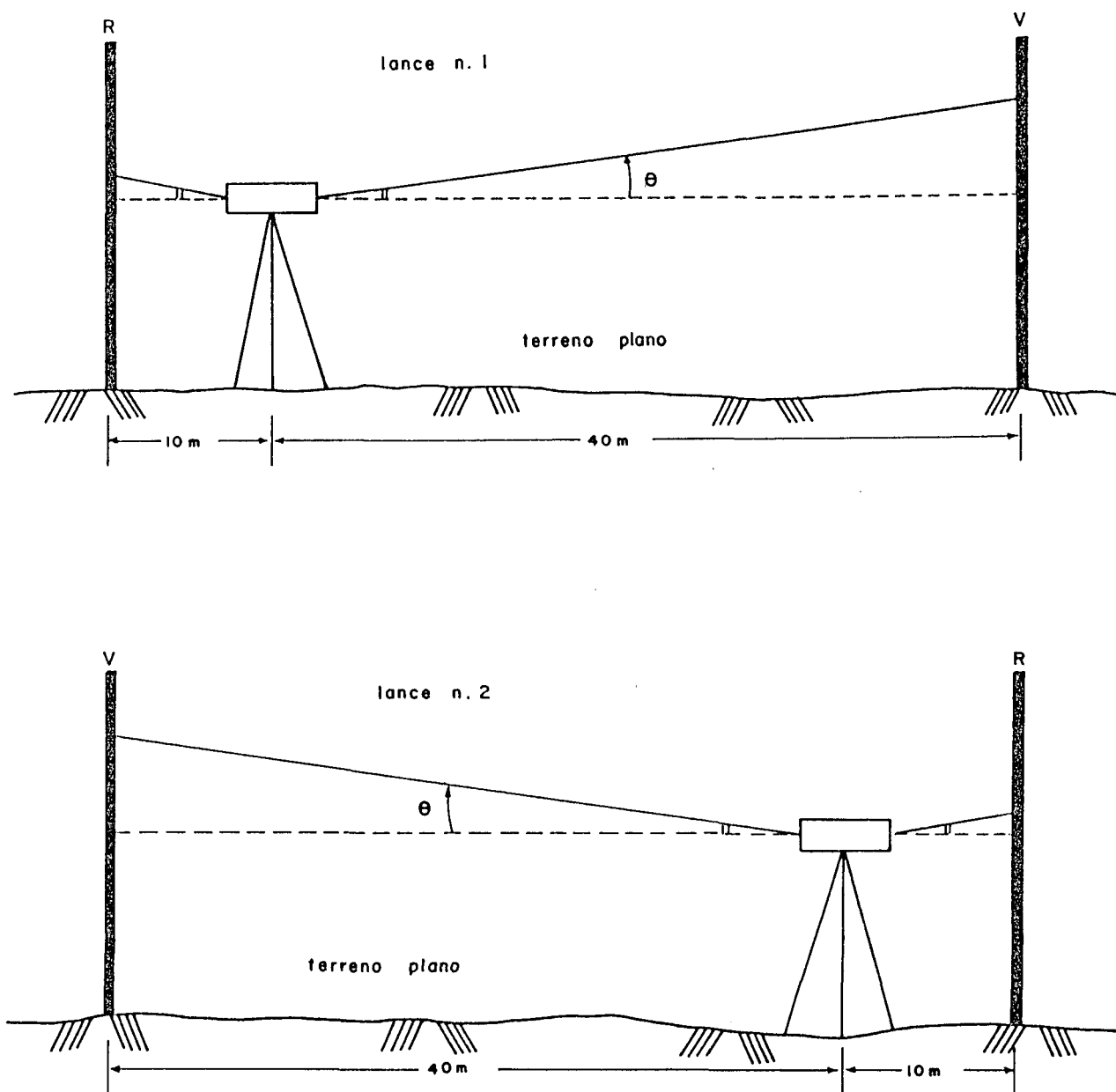


Fig. 8 - Método "10-40".

Com os valores mostrados na Figura 8 a equação (2.7) assume o seguinte aspecto para o método "10-40":

$$\operatorname{tg} \theta = - \frac{\Delta \ell_1 + \Delta \ell_2 - 2(e_{10} - e_{40})}{60} \quad (2.8)$$

A influência conjunta de curvatura e refração pode ser avaliada, para qualquer método, pela expressão

$$e = 0,68 \cdot 10^{-4} \cdot S^2, \quad (2.9)$$

que representa o erro em milímetros cometido numa leitura isolada em função da distância de visada dada em metros $\left|^{2.8}\right|$.

De acordo com as circunstâncias, pode ser mais útil lançar mão de uma tabela confeccionada em função da equação (2.9) (Tabela 2).

TABELA 2

INFLUÊNCIA CONJUNTA DE CURVATURA E REFRAÇÃO

S (m)	e (mm)
0 - 28	0,0
28 - 48	0,1
48 - 61	0,2
61 - 73	0,3
73 - 82	0,4
82 - 91	0,5
91 - 99	0,6
99 - 106	0,7
106 - 113	0,8
113 - 119	0,9
119 - 125	1,0
125 - 131	1,1
131 - 137	1,2
137 - 142	1,3
142 - 147	1,4
147 - 150	1,5

2.2.3 - FLUTUAÇÕES NA COLIMAÇÃO

No estudo teórico das fontes de erro que podem interferir no posicionamento da linha de visada dos níveis, há que se considerar ainda as influências de variações de temperatura na região de trabalho e da exposição unilateral aos raios solares.

Variações de temperatura podem introduzir um pequeno deslocamento - ângulo β - na linha de visada. Entretanto, tais deslocamentos independem da posição azimutal da linha de visada. Por isso a defasagem angular β é a mesma para as visadas de ré e de vante, não introduzindo erros em lances equilibrados ^[29]. Para que isto ocorra, todavia, deve ser dado ao nível tempo para o ajustamento às condições térmicas do local de trabalho. Sabe-se, por exemplo, que não se deve começar a operar um nível tão logo ele seja retirado do estojo usado para transportá-lo. A Figura 9 ilustra a influência de variações de temperatura.

A exposição unilateral aos raios solares introduz na linha de visada uma defasagem angular cuja magnitude depende basicamente da diferença de azimute entre a linha de visada e o Sol, muito embora relacione-se também com a intensidade dos raios solares e com a distância zenital do Sol. Assim, este efeito pode ser modelado, numa primeira aproximação, pela expressão

$$\delta = \delta_0 \cos (A - A_S) , \quad (2.10)$$

onde A e A_S denotam, respectivamente, os azimutes da linha de visada e do Sol e δ_0 é o valor máximo da defasagem angular em questão, normalmente inferior a $0'',03 \left| ^{30} \right|$.

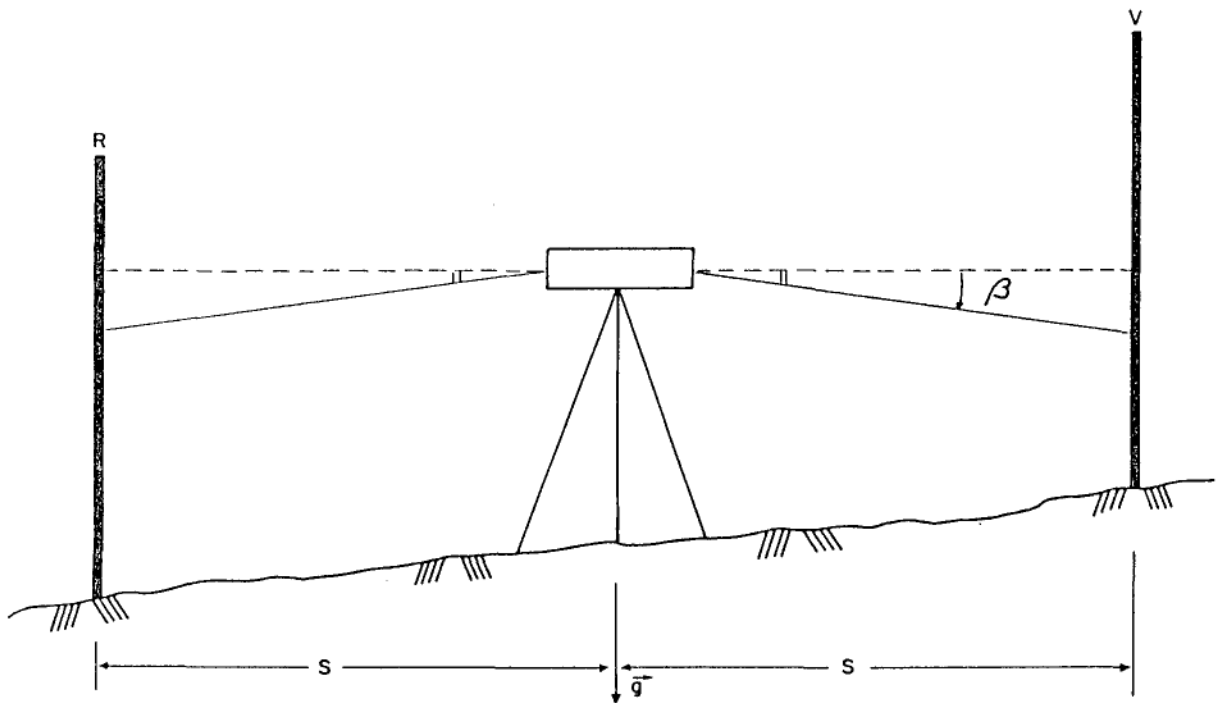


Fig. 9 - Influência de variações de temperatura na linha de visada.

A equação (2.10) mostra claramente que a defasagem angular δ ocorre em sentidos contrários nas visadas de ré e de vante, o que conduz a um acúmulo sistemático mesmo para lances equilibrados. A Figura 10 ilustra esta situação.

Com respeito à defasagem angular δ , aconselha-se que sejam tomadas as precauções de proteger o nível por meio de um guarda-sol e de conduzir as seções de uma linha

de nivelamento de modo que haja uma boa variação do termo $(A-A_S)$. Com estas precauções, a exposição aos raios solares não influi, em termos práticos, na estabilidade da linha de visada.

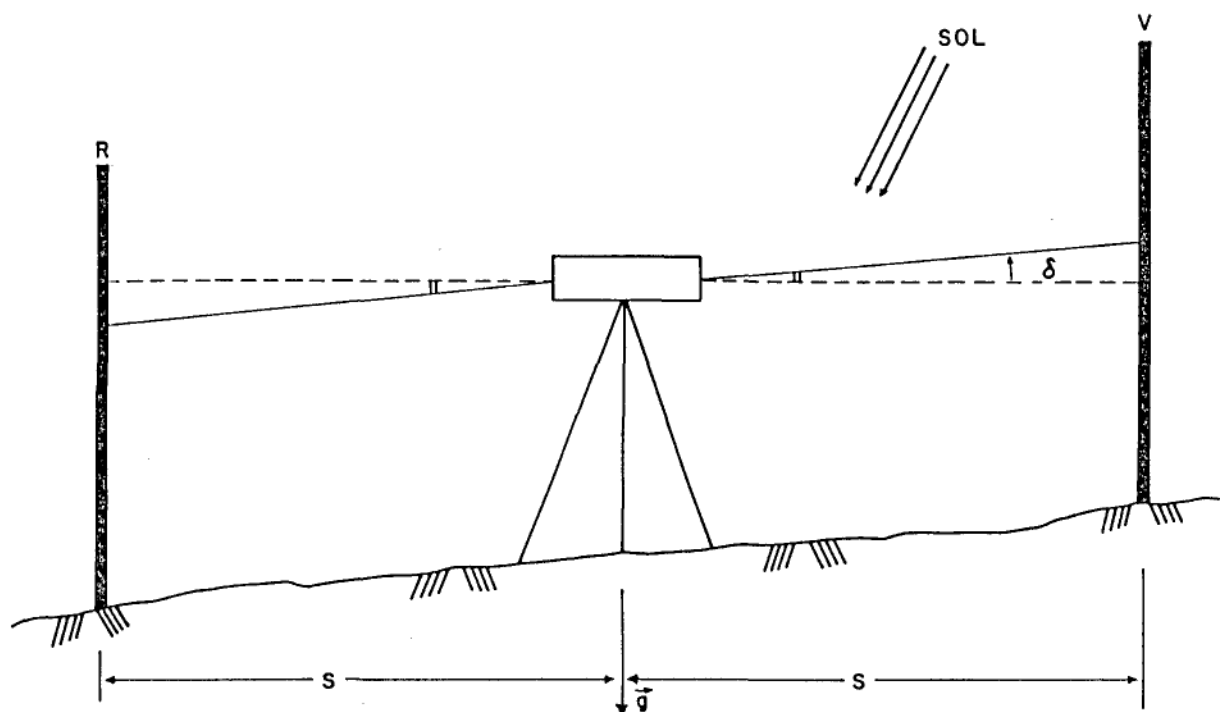


Fig. 10 - Influência da exposição aos raios solares.

2.3 - MIRAS

2.3.1 - ERRO DE VERTICALIDADE

Para assegurar bons resultados ao nivelamento geométrico, há que se manter um relacionamento preciso entre as miras e as superfícies equipotenciais que passam nas estações de mira. Este relacionamento consiste no alinhamenen

to das miras com a direção do vetor gravidade em cada esta-
ção de mira. Não havendo alinhamento, ou seja, não havendo
verticalidade, um erro é introduzido em cada observação. Es-
te efeito está ilustrado na Figura 11.

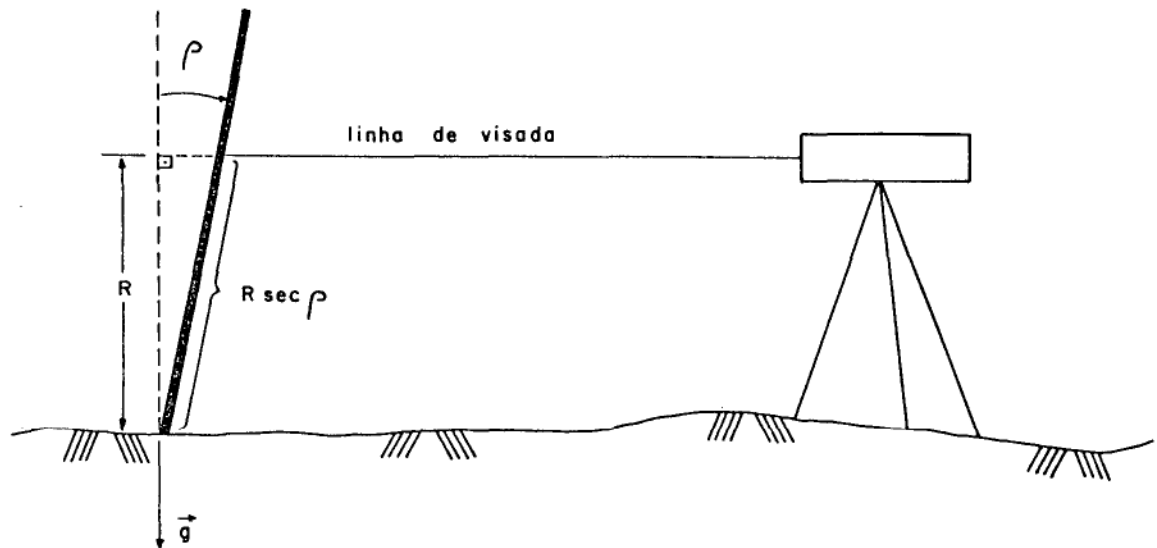


Fig. 11 - Efeito do erro de verticalidade.

Embora possa ser mantido pequeno para miras dotadas de níveis de bolha esféricos, este erro acumula-se sistematicamente com a variação de altitude, especialmente em terrenos com inclinação muito acentuada, caso em que as leituras são feitas alternadamente nas partes alta e baixa das escalas.

É muito fácil ver que a não realização de leituras na parte alta das escalas é uma medida que reduz o efeito do erro de verticalidade, muito embora isto nem sem

pre possa ser feito. A precaução básica é a centragem correta da bolha do nível esférico. No caso de ser utilizada uma mira que possui preso em sua parte superior um par de hastes metálicas extensíveis, a tarefa de manter a verticalidade durante o lance torna-se mais fácil, conforme mostra a Figura 12.

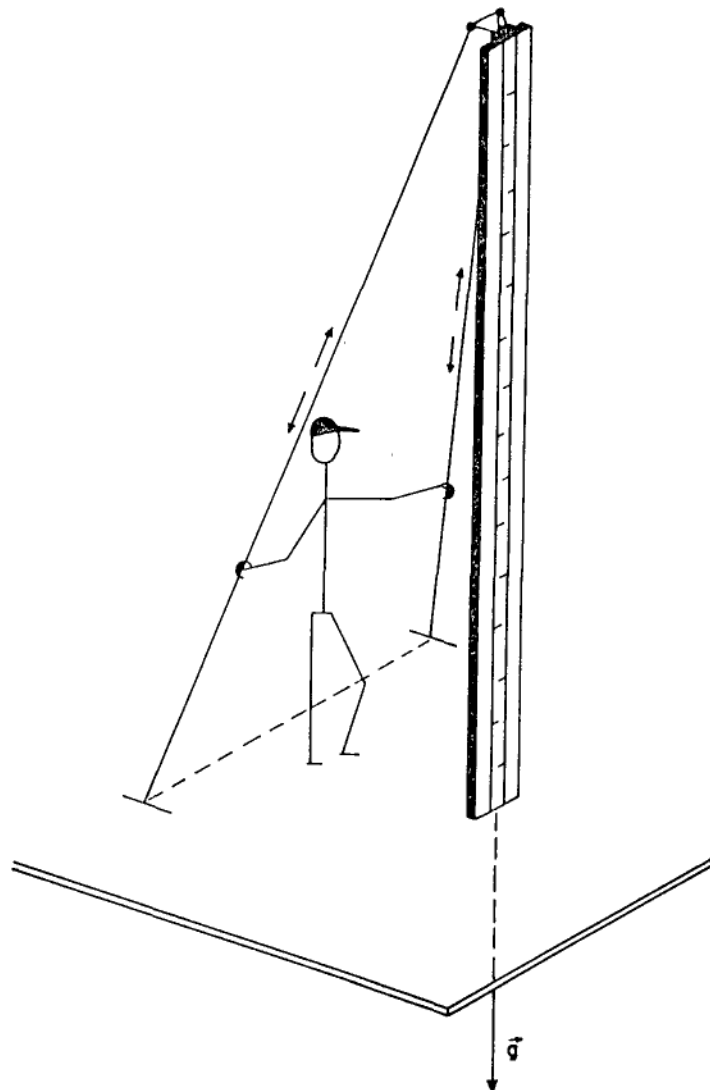


Fig. 12 - Posicionamento correto da mira.

O mecanismo que prende as hastes metálicas à mira deve permitir que esta gire livremente em torno de seu eixo vertical. Para posicionar corretamente a mira, as hastes metálicas devem ser ajustadas até que a bolha do nível esférico assuma a posição contral. Dá-se, então, um giro completo na mira. Se a operação anterior foi bem realizada, a posição da bolha não deve se alterar de mais que 1 ou 2mm |³¹|. Deste modo garante-se um ângulo ρ que atende às prescrições normalmente adotadas.

2.3.2 - ERRO DE GRADUAÇÃO - ERRO DE ÍNDICE - DILATAÇÃO TÉRMICA

As graduações individuais das escalas das miras são, em geral, obtidas por um processo de transferência¹⁷ que faz uso de um gabarito previamente confeccionado. Como estes gabaritos e o próprio processo de transferência não estão isentos de erros, as graduações das escalas não são exatas.

Para uma graduação individual de uma mira, pode-se escrever a equação

$$t_i = \tilde{t}_i - \varepsilon_i, \quad (2.11)$$

¹⁷ Classicamente a transferência é feita através de um sofisticado estêncil.

na qual t_i representa a posição correta de uma graduação, \tilde{t}_i a posição observada da graduação e ϵ_i o erro de graduação.

O erro de graduação, ϵ_i , pode ser decomposto da seguinte forma ^[32]:

$$\epsilon_i = d_0 + d_1 \tilde{t}_i + (\text{termos secundários}) + \epsilon_i^a. \quad (2.12)$$

Na equação (2.12) d_0 é o erro de índice, d_1 é o erro de escala e ϵ_i^a representa um erro acidental de graduação.

O erro de índice resulta da incerteza quanto à posição ocupada pela graduação "zero" da escala da mira. Devido ao processo de colocação da escala de invar no corpo da mira, não se pode garantir que o "zero" da escala coincida rigorosamente com a base da mira. O erro de índice pode ser eliminado realizando-se um número par de lances para cada seção, caso em que as RN são ocupadas pela mesma mira. Como este procedimento deve ser rotineiro, o erro de índice não é tão importante do ponto de vista de uma aplicação prática.

Compreende-se perfeitamente que o termo mais importante presente na equação (2.12) é o erro de escala. Pesquisas recentes têm mostrado que os "termos secundários" podem ser representados por funções periódicas. A Figura 13 ilustra o comportamento típico do erro de graduação, considerando desprezada a sua parte acidental ^[33].

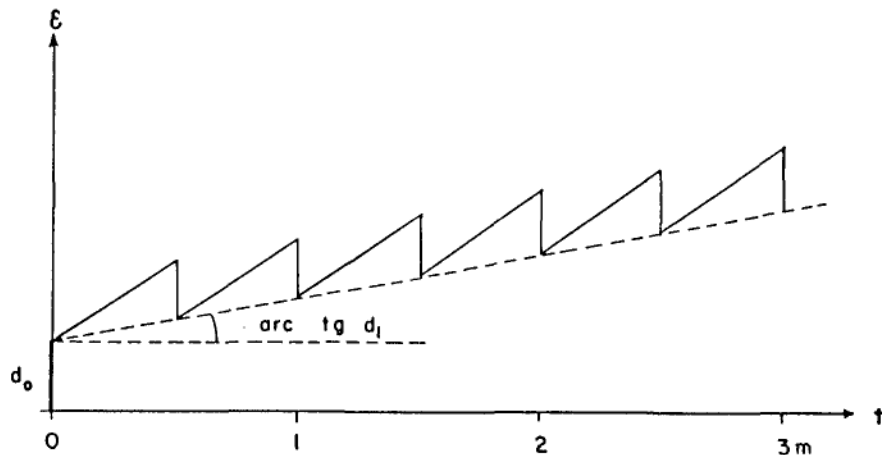


Fig. 13 - Comportamento do erro de graduação.

A amplitude e a periodicidade das flutuações mostradas na Figura 13 dependem do processo de confecção das miras, sendo, portanto, características intrínsecas de cada mira. Já foram registradas amplitudes da ordem de 0,05mm para os erros periódicos de graduação. Tais valores podem produzir efeitos indesejáveis, mostrando que não é suficiente, pelo menos à níveis teóricos, considerar somente os erros de índice e de escala. A Figura 14 esquematiza o efeito dos erros periódicos de graduação.

A dilatação térmica causada pelas variações de temperatura às quais estão sujeitas as miras provoca mudanças nos comprimentos das escalas. Malgrado a alta estabilidade do invar, a expansão das escalas introduz erros sistemáticos que não podem ser desprezados.

Para uma determinada mira, o erro devido à dilatação térmica é dado pela seguinte expressão $|\epsilon_t|$:

$$\Delta L = - \alpha_t (T - T_a) L. \quad (2.13)$$

Na equação (2.13) α_t é o coeficiente de dilatação térmica, L é a leitura feita na mira, T é a temperatura observada para a escala da mira e T_a é a temperatura de aferição da mira (ver item 2.3.3).

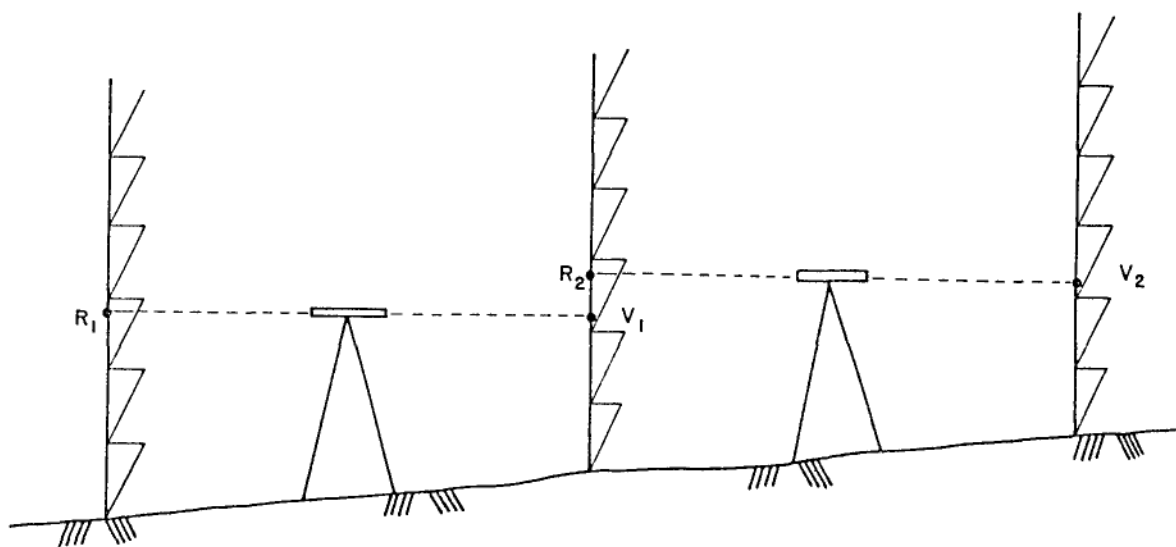


Fig. 14 - Influência dos erros periódicos de graduação.

O invar, que é uma liga de aço e níquel, possui um coeficiente de dilatação térmica que varia de acordo com o percentual de seus componentes e situa-se normalmente entre os valores $1,6 \cdot 10^{-3}$ e $2,4 \cdot 10^{-3} \text{ mm } ^\circ\text{C}^{-1} \text{ m}^{-1}$.

Pode-se constatar, através da equação (2.13), que a dilatação térmica é capaz de introduzir erros iguais ou maiores que 0,03mm nas leituras feitas nas miras. Estes valores, obviamente, não podem ser negligenciados. Também

não se deve esperar que os erros de dilatação térmica nas miras de ré e de vante se cancelem quando a leitura de vante é subtraída da leitura de ré para produzir o desnível associado a um lance, pois cada escala apresenta um coeficiente de dilatação térmica específico. Além disso, a diferença entre as temperaturas das escalas das miras de ré e de vante, num determinado lance, pode atingir até 6°C , devido ao modo distinto da incidência dos raios solares sobre as escalas graduadas, fazendo com que, em certas situações, a escala de uma mira fique exposta ao sol e a da outra fique na sombra ³⁵.

Tudo o que foi dito neste último parágrafo mostra que é indispensável uma correção para o erro devido à dilatação térmica. Para tanto, faz-se necessário conhecer os coeficientes de dilatação térmica das escalas das miras, bem como suas temperaturas devem ser observadas durante todo o trabalho de nivelamento com uma exatidão de cerca de $0,5^{\circ}\text{C}$.

2.3.3 - AFERIÇÃO¹⁸ DAS MIRAS

Para que as correções devido ao erro de gradação e à dilatação térmica possam ser aplicadas, deve-se conhecer o coeficiente de dilatação térmica e o comportamento do erro de graduação associados a cada mira. Por isso, as miras devem se sujeitar a um rigoroso processo de aferição. Su

¹⁸ Também é usual o termo "calibração".

gere-se que as miras sejam aferidas antes de serem utilizadas pela primeira vez e a cada intervalo de um ano de uso ^[36].

A aferição de uma mira consiste na medição precisa de pelo menos quatro intervalos da escala graduada. O National Geodetic Survey (NGS) dos Estados Unidos utiliza intervalos entre a base da mira e as graduações 0,2, 1, 2 e 3m e um interferômetro a laser para a medição dos respectivos intervalos.

Uma aferição permite a avaliação das correções devido aos erros de índice e de escala. Inicialmente são calculadas as diferenças entre os comprimentos medidos ou aferidos e os observados; com base na equação (2.11), vê-se que estas diferenças representam os simétricos dos erros de graduação, ou seja, as correções de graduação. Estas correções são então plotadas num gráfico em função dos comprimentos observados (ver Figura 15). Faz-se uma regressão linear¹⁹ sobre o conjunto dos pontos que aparecem no gráfico. A interseção da reta resultante com o eixo das correções de graduação fornece a correção devido ao erro de índice, e a tangente do ângulo formado pela tal reta com o eixo dos comprimentos observados proporciona a correção devido ao erro de escala.

¹⁹ *Ajusta-se, por mínimos quadrados, uma reta a um conjunto de pontos plotados no plano definido por um par de eixos cartesianos.*

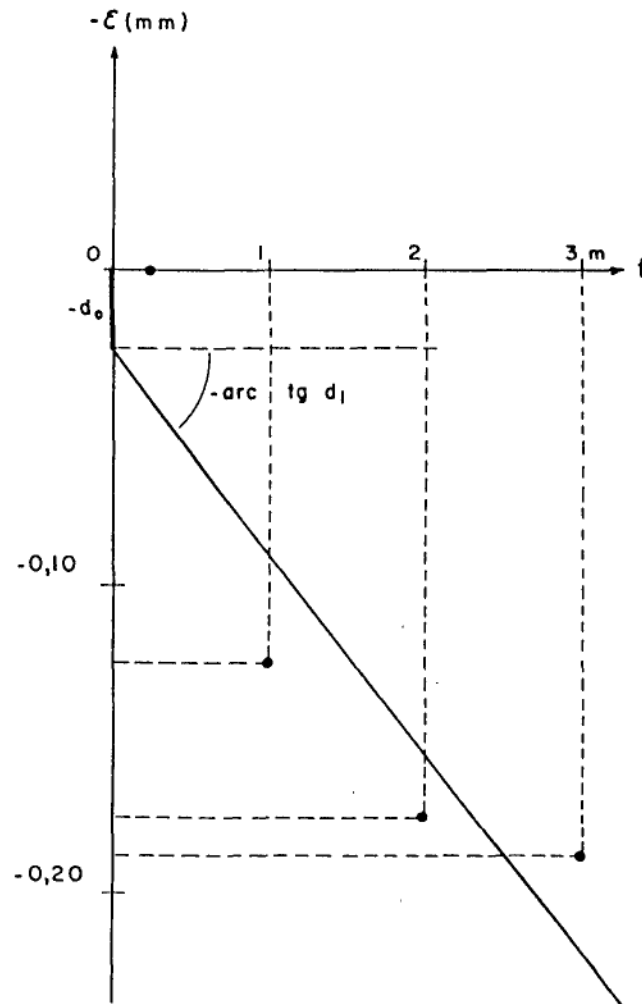


Fig. 15 - Gráfico resultante da aferição de uma mira.
(FONTE: Schomaker & Berry, 1981).

Considere-se novamente a equação (2.12). Já se comentou que os "termos secundários" podem ser representados por funções periódicas. Uma possibilidade seria então a escolha de uma função periódica cujos parâmetros resultariam de um ajustamento sobre os dados oriundos da aferição. Contudo, pelo menos em termos teóricos, é mais conveniente determinar um erro de graduação individual, isto é, um erro associado a cada graduação da escala. Isto, porém, implicaria num pro

cesso de aferição bem mais complicado, pois teriam que ser avaliadas as posições corretas de todas as graduações. Na prática acaba por prevalecer um esquema de aferição semelhante ao que está ilustrado na Figura 15. A reta obtida através da regressão permite que seja analisado o comportamento da correção de graduação para qualquer intervalo da escala, sendo possível eleger um valor médio de correção por intervalo de um metro. Diz-se, então, que a mira apresenta um comprimento real de $1m - \epsilon_1$, sendo $(-\epsilon_1)$ a correção de graduação por metro.

Os valores de ϵ_1 e d_0 para cada mira são os parâmetros efetivamente utilizados para a obtenção das correções devido aos erros de graduação e de índice. Tais correções são normalmente aplicadas aos desníveis das seções de nivelamento. Denotando estas correções por c_ϵ , tem-se, para uma determinada seção, a seguinte expressão ^[37]:

$$c_\epsilon = (-\bar{\epsilon}_1) \Delta l - \Delta d_0. \quad (2.14)$$

Na equação (2.14) $(-\bar{\epsilon}_1)$ é o valor médio da correção de graduação por metro para o par de miras utilizado, Δl é o desnível da seção e Δd_0 é a diferença entre os erros de índice das miras que ocupam, respectivamente, as RN de partida e de chegada. Como já foi dito, Δd_0 é nulo para uma seção formada por um número par de lances. A correção c_ϵ é adicionada ao desnível de seção.

Uma única aferição para cada mira não permite que seja avaliado o coeficiente de dilatação térmica. Por isso, deve-se realizar um conjunto de, pelo menos, quatro aferições, cada uma numa temperatura diferente no intervalo de 15 a 35°C. As variações sofridas pelas graduações aferidas devido às mudanças na temperatura proporcionam o cálculo do coeficiente de dilatação térmica. Este conjunto de aferições deve ser realizado em intervalos de cinco anos [38].

Na prática, uma das temperaturas de aferição, normalmente 20°C, é adotada como padrão, sendo o coeficiente de dilatação térmica a ela referido. A correção de dilatação térmica costuma ser aplicada ao desnível de uma seção e é calculada por uma fórmula similar à equação (2.13):

$$c_t = \bar{\alpha}_t (\bar{T} - T_a) \Delta l. \quad (2.15)$$

Na equação (2.15) $\bar{\alpha}_t$ é o coeficiente de dilatação térmica médio para o par de miras, \bar{T} é o valor médio das temperaturas observadas para as escalas das miras, T_a é a temperatura de aferição e Δl é o desnível da seção. A correção c_t deve ser somada ao desnível Δl .

É importante chamar a atenção para o problema da obtenção das temperaturas das escalas das miras durante os trabalhos de nivelamento. É errôneo imaginar que o simples registro das variações da temperatura do ar permite avaliar a temperatura média das escalas das miras. Discrepâncias da ordem

de 7°C podem ser encontradas entre as temperaturas das escalas de invar e a do ar, conforme mostra a Figura 16 ^[39]. Por isso é de suma importância a utilização de termômetros eletrônicos solidários às miras.

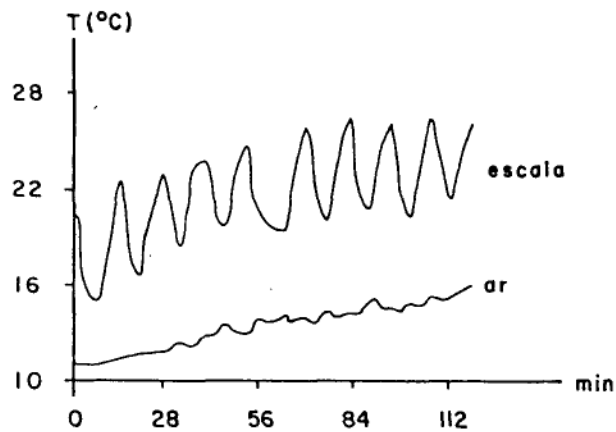


Fig. 16 - Temperaturas da escala e do ar.

(FONTE: Schlemmer, 1980).

2.4 - REFRAÇÃO ATMOSFÉRICA

2.4.1 - ERRO DE REFRAÇÃO

As variações na densidade da atmosfera fazem com que a linha de visada se encurve na direção em que aumenta a densidade. Tais variações resultam basicamente de mudanças na temperatura do ar. A Figura 17 ilustra a influência da refração em um lance equilibrado.

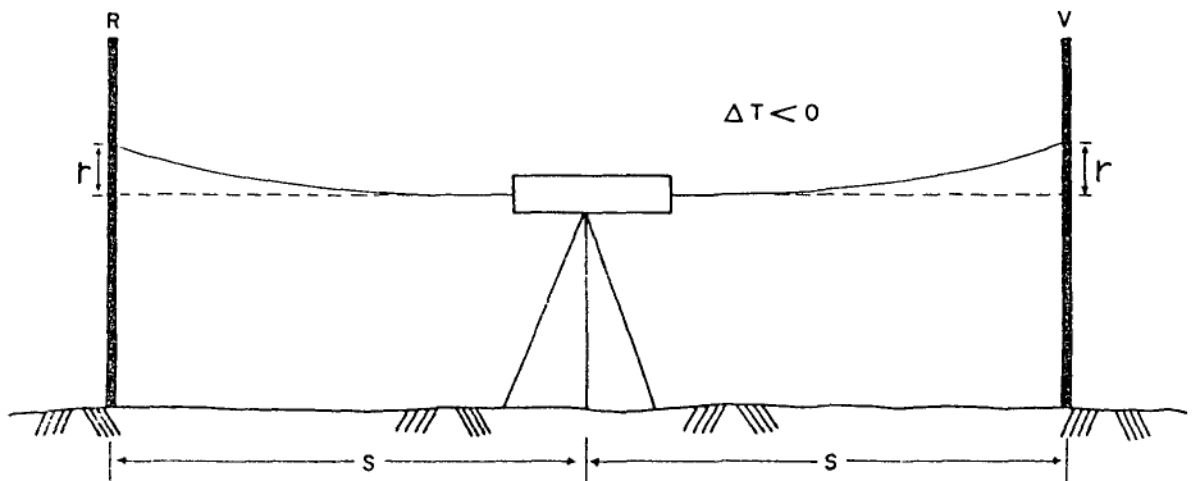


Fig. 17 - Erro de refração.

Sabe-se que o erro causado pela refração aumenta proporcionalmente ao quadrado da distância de visada. Este erro pode então ser reduzido pelo encurtamento das distâncias de visada. Admitindo que as condições atmosféricas sejam as mesmas nas visadas de ré e de vante, consegue-se eliminar aproximadamente o erro em lances equilibrados. Entretanto, as condições atmosféricas são normalmente diferentes nas visadas de ré e de vante. O ar situado próximo ao chão muda de densidade mais rapidamente que o ar situado mais acima, o que pode ser visualizado imaginando-se camadas de ar de igual densidade acompanhando a superfície terrestre. Em terrenos inclinados, a visada na direção do aclave sofre uma refração maior mesmo em lances equilibrados, conforme mostra a Figura 18.

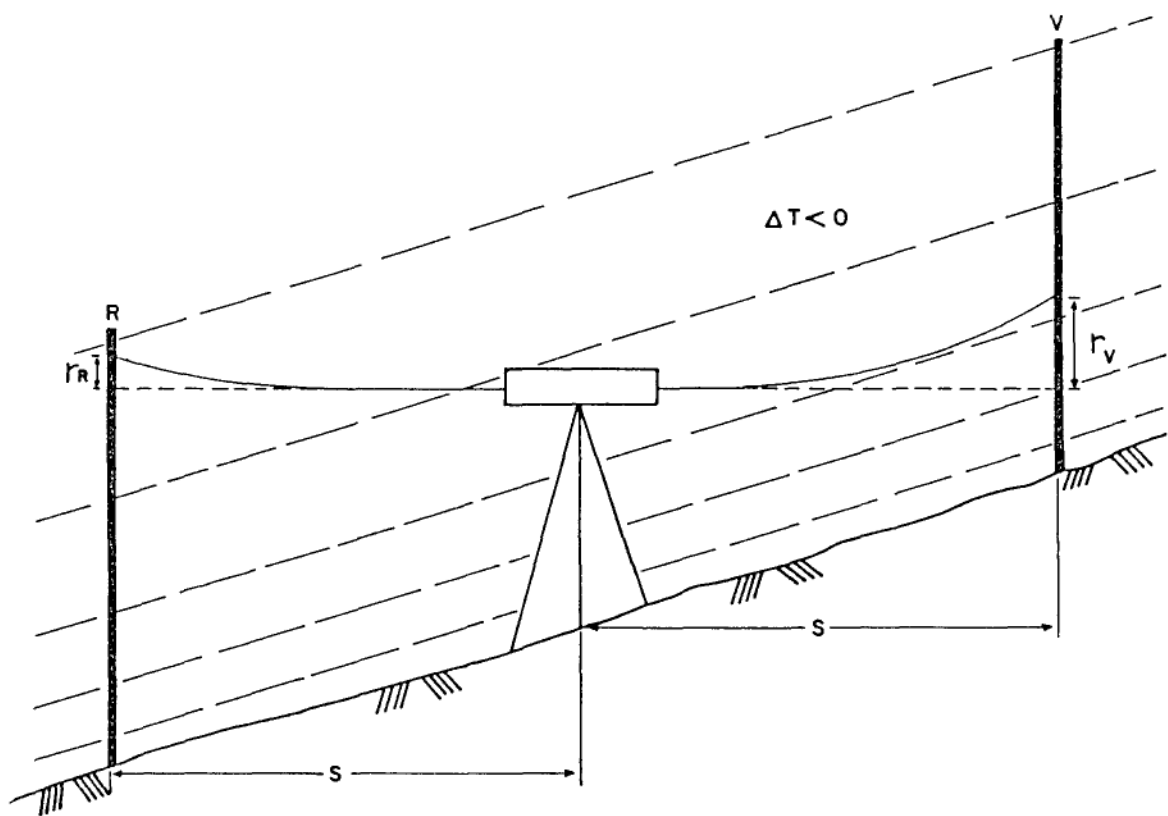


Fig. 18 - Acúmulo do erro de refração.

Quando a linha de visada passa muito próxima ao solo, as mudanças na densidade do ar fazem com que ela se refrate imprevisivelmente. Por isso, os níveis devem ser posicionados de modo que sempre haja uma separação maior que 0,5m entre as linhas de visada e a superfície terrestre [40].

Devido à forte dependência entre os efeitos de refração e as variações de temperatura, é interessante comentar o comportamento da temperatura nas camadas inferiores da atmosfera. À noite, o solo é mais frio que o ar, fazendo com que a temperatura do ar cresça com a altura acima do solo pelo menos nos três primeiros metros; o gradiente

vertical²⁰ da temperatura é, então, positivo. Logo após o nascer do Sol, a temperatura passa a decrescer com a altura e o gradiente vertical torna-se negativo. Seu valor absoluto cresce até um limite²¹ que ocorre entre 13 e 15h, passando a diminuir até atingir zero, um pouco antes do pôr do Sol. Os valores absolutos do gradiente vertical são tanto maiores quanto mais limpo estiver o céu, quer seja dia quer seja noite ⁴¹. A Figura 19 mostra a variação diurna do gradiente vertical da temperatura.

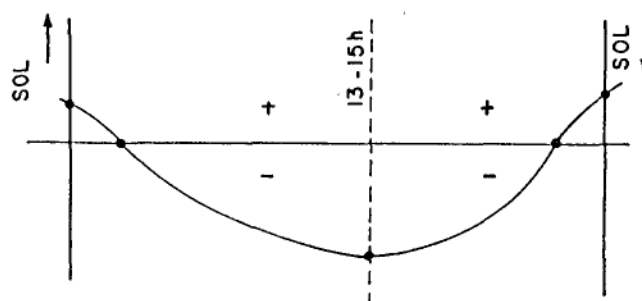


Fig. 19 - Variação diurna do gradiente vertical da temperatura.

²⁰ O gradiente de temperatura é um vetor de componentes $\partial T/\partial X, \partial T/\partial Y, \partial T/\partial Z$, relativos a um sistema cartesiano tridimensional XYZ. Quando o eixo Z coincide com a vertical do lugar, o gradiente vertical é $\partial T/\partial Z$.

²¹ Variável no intervalo 0 a 1,5 °C/m.

2.4.2 - MODELOS MATEMÁTICOS PARA A CORREÇÃO DE REFRAÇÃO

O cálculo das correções de refração no nivelamento geométrico requer um estudo conciso dos modelos matemáticos disponíveis sob os pontos de vista teórico e prático, analisando-se os fundamentos das principais equações e a aplicabilidade de tais fórmulas no que diz respeito à exatidão com que elas avaliam variações de determinados parâmetros meteorológicos.

Os resultados do nivelamento podem ser corrigidos do efeito da refração, pelo menos parcialmente, se as condições atmosféricas forem determinadas e registradas simultaneamente às operações de nivelamento. Os modelos matemáticos que melhor têm realizado a predição do erro de refração baseiam-se em medições precisas da temperatura do ar em alturas distintas acima do solo em cada lance $[42]$. Estes modelos matemáticos podem ser divididos segundo dois grandes grupos. O primeiro reúne os modelos que utilizam diretamente fórmulas convencionais para a variação da temperatura em função da altura acima do solo. No segundo grupo são encontrados os modelos em que o gradiente vertical da temperatura é expresso não só em função da temperatura, mas também em função de outros parâmetros meteorológicos como, por exemplo, fluxo ascendente de calor sensível. Neste grupo pode-se destacar o modelo de Angus-Leppan, enquanto no outro sobressai o modelo de Kukkamäki.

A fórmula de Kukkamäki para a correção de refração a uma leitura feita numa mira é dada por $|^{43}|$:

$$R_K = d \frac{S^2}{(I-L)^2} a_2 \left[\frac{L^{a_3+1}}{a_3+1} - L \cdot I^{a_3} + \frac{a_3}{a_3+1} \cdot I^{a_3+1} \right]. \quad (2.16)$$

Na equação (2.16)²² S é a distância de visada, I é a altura do nível acima do solo e L é a leitura feita na mira. O parâmetro d é dado pela expressão

$$d = -10^{-4} [0,933 - 0,0064(T-20)] \cdot \frac{P}{1013,25}, \quad (2.17)$$

onde P representa pressão e T denota temperatura.

Os parâmetros a_2 e a_3 presentes à equação (2.16) fazem parte da fórmula usada no modelo de Kukkamäki para descrever a variação da temperatura em função da altura acima do solo, a saber:

$$T = a_1 + a_2 \cdot Z^{a_3}. \quad (2.18)$$

Com a medição de três temperaturas (T_1, T_2, T_3) em três alturas distintas (Z_1, Z_2, Z_3), os valores de a_2 e a_3 ficam determinados através das seguintes equações:

$$a_3 = \ln \frac{T_3 - T_2}{T_2 - T_1} \div \ln \frac{Z_3 - Z_2}{Z_2 - Z_1}, \quad (2.19)$$

²² $S[m]$, $L[m]$, $I[m]$, $T[^\circ C]$, $P[mbar]$, $Z[cm]$, $R_K[mm]$.

$$a_2 = \frac{T_3 - T_2}{Z_3^{a_3} - Z_2^{a_3}} = \frac{T_2 - T_1}{Z_2^{a_3} - Z_1^{a_3}} . \quad (2.20)$$

Com relação à equação (2.17), deve-se notar a pequena influência de T e P sobre d , o que faz com que possam ser usados valores médios obtidos durante a realização da visada.

O modelo de Angus-Leppan para a correção de refração a uma leitura feita num determinado lance consiste na seguinte fórmula [44]:

$$R_{AL} = -10^{-3} \frac{P \cdot S^2}{T_K^2} \left[1 - 3,3 H_c^{2/3} \cdot \frac{(I^{2/3} + 2I^{-1/3} \cdot L - 3L^{2/3})}{(I-L)^2} \right] . \quad (2.21)$$

Na equação (2.21), T_K representa a temperatura absoluta do ar e H_c denota o fluxo ascendente de calor sensível. Os demais parâmetros guardam os mesmos significados já descritos e estão expressos nas unidades citadas na nota de radapê²². O valor de H_c (watt/m²) pode ser obtido a partir da equação

$$H_c = \left[\frac{T_1 - T_2}{0,08 (Z_1^{-1/3} - Z_2^{-1/3})} \right]^{3/2} , \quad (2.22)$$

que mostra novamente a necessidade da medição de temperaturas (T_1 , T_2) em alturas distintas acima do solo (Z_1 , Z_2).

As pesquisas realizadas desde o início da década de oitenta têm mostrado uma certa superioridade dos modelos de Kukkamäki e Angus-Leppan sobre quaisquer outros.

Além disso, a exatidão com que tais modelos corrigem a refração pode ser considerada muito boa, uma vez que repetidos testes têm indicado que se consegue remover de 80% a 100% do erro de refração, desde que se respeite a condição fundamental de se medir a temperatura do ar em cada lance em alturas distintas acima do solo ^[45], ^[46], ^[47].

Para os circuitos de nivelamento já desenvolvidos sem a realização de medições da temperatura do ar, resta a possibilidade de se trabalhar com valores preditos de temperatura ou diferença de temperaturas. Esta predição ou modelagem da temperatura do ar acima do solo pressupõe o conhecimento de parâmetros tais como: intensidade de radiação solar, calor específico do ar, densidade do ar, aceleração da gravidade, cobertura de nuvens e velocidade do vento. A utilização de diferenças de temperatura preditas implica na necessidade de se adaptar as equações desenvolvidas para a correção da leitura associada a uma visada, transformando-as em fórmulas "aproximadas", responsáveis pela correção de refração para uma seção de nivelamento ^[48].

2.4.3 - CINTILAÇÕES²³

Nos casos em que o gradiente vertical da temperatura é negativo, o ar menos denso próximo ao solo tende a

²³ Termos usuais em inglês - *shimmer, scintillation*.

se elevar, causando turbulência. Isto significa que bolhas de ar, com alguns metros de diâmetro e temperatura diferindo de até 1°C do ar que as circunda, elevam-se das camadas inferiores. Esta movimentação ascendente de ar quente ocasiona uma vibração ou oscilação aparente das graduações das escalas das miras. Com a adoção de determinadas hipóteses esta oscilação é diretamente proporcional ao cubo da raiz quadrada da distância de visada e pode atingir um valor mêdio superior a 1mm. A amplitude e a frequência da vibração dependem bastante do gradiente vertical da temperatura. A frequência varia de 1 vibração por segundo para gradientes pequenos a 5 a 10 vibrações por segundo para gradientes grandes. Este fenômeno, denominado cintilação de curto período, contribui aleatoriamente para dificultar a interceptação das escalas de modo preciso. Para vibrações pequenas, consegue-se uma pontaria segura no centro da imagem oscilante. Vibrações grandes forçam o observador a encurtar a distância de visada²⁴ e até mesmo a parar os trabalhos |⁴⁹|. A Figura 20 ilustra este tipo de cintilação.

Durante a noite, o gradiente vertical da temperatura é positivo, ou seja, as camadas de ar mais frias e densas ficam abaixo das menos densas, não ocorrendo turbulências. Contudo, em noites de céu limpo, costuma ocorrer

²⁴ *Encurta-se a distância de visada até 30m; se não for suficiente, interrompe-se o levantamento.*

um vento de alguns decímetros por segundo, originando uma oscilação lenta das camadas de ar em períodos de dezenas de segundo ou mesmo minutos. As graduações das escalas parecem mover-se tão vagarosamente para cima e para baixo, que um lance inteiro pode ser observado sem que o movimento seja detectado. Esta cintilação de longo período afeta aleatoriamente as leituras realizadas ⁵⁰.

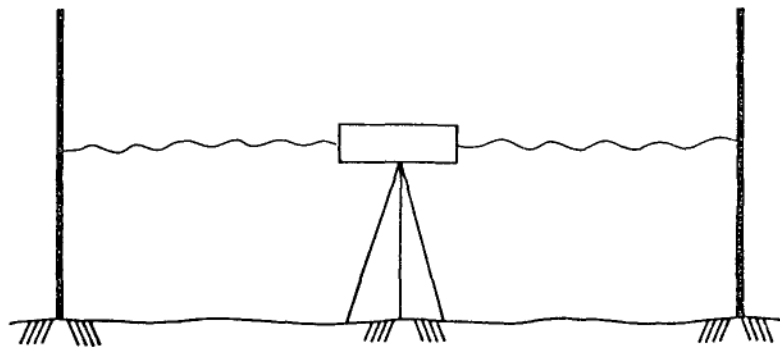


Fig. 20 - Cintilação de curto período.

Torna-se a enfatizar que nenhum erro sistemático é introduzido pelas cintilações. A presença das vibrações somente limita as possibilidades de obtenção de boas observações, tornando maiores os erros acidentais.

2.5 - PONTARIA

O erro de pontaria resulta basicamente das imperfeições do olho humano²⁵, incapaz de repetir com precisão

²⁵ Não estão sendo consideradas as anomalias sistemáticas do olho humano.

são uma pontaria. Este efeito pode ser agravado por uma cintilação de curto período ou por alterações instrumentais imprevisíveis.

O erro de pontaria pode ser reduzido pela utilização de níveis precisos dotados de micrômetros e placas plano-paralelas para o ajuste da pontaria a uma graduação da escala da mira.

A redução da distância de visada também colabora para o controle do erro de pontaria.

2.6 - CURVATURA DOS GEOPES

O nível e as miras são orientados conforme a direção do vetor gravidade. Para que os desníveis observados estejam vinculados à mesma superfície de referência, as linhas de visada em cada lance deveriam acompanhar os geopes que passam pelos centros óticos das várias posições ocupadas pelo nível em sucessivos lances. Isto não ocorre devido à curvatura dos geopes. A defasagem²⁶ entre o geope que passa pelo nível e a linha de visada suposta horizontal representa o erro de curvatura, mostrado na Figura 21.

Assumindo um comportamento simétrico para a curvatura do geope nas visadas de ré e de vante, o erro de

²⁶ Defasagem contada sobre o plano vertical que contém a linha de visada.

curvatura pode ser eliminado no caso de lances equilibrados. Contudo, os geopes não são uniformemente curvos e as pequenas diferenças entre os erros de curvatura nas visadas de ré e de vante tendem a um acúmulo sistemático, principalmente em regiões de relevo movimentado com linhas de nivelamento da direção norte-sul. Mesmo assim, este acúmulo gera valores suficientemente pequenos para que possam ser desprezados em lances equilibrados ^[51].

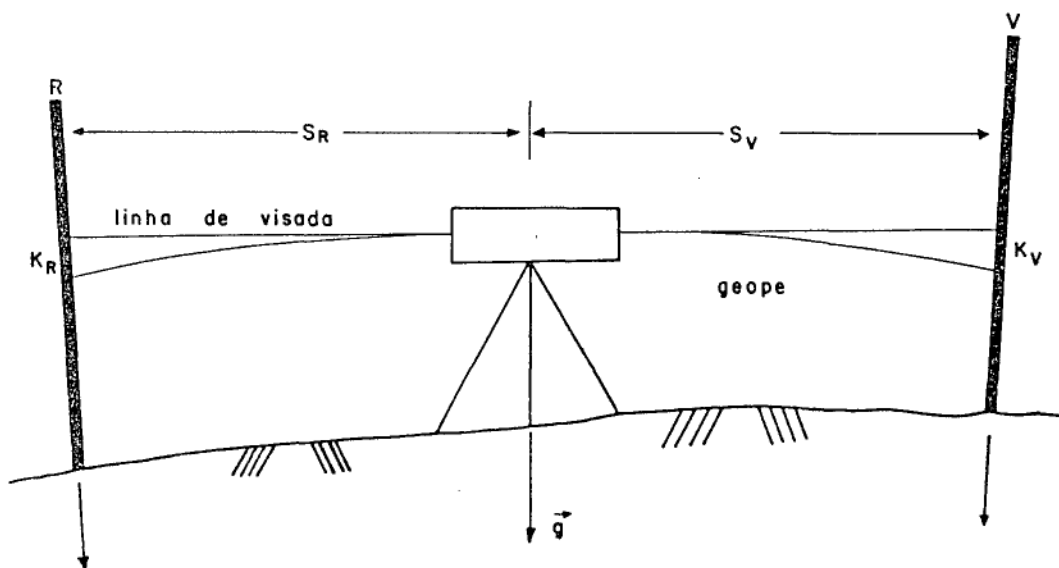


Fig. 21 - Erro de curvatura.

No entanto, para linhas de nivelamento extensas e desenvolvidas a partir de lances desequilibrados, é aconselhável que sejam aplicadas correções de curvatura. As correções podem ser obtidas a partir de um modelo esférico para a Terra, conforme mostra a Figura 22. Desprezando termos de 2ª ordem (k^2), chega-se à seguinte expressão para a correção de curvatura associada a uma determinada visada:

$$K = -\frac{S^2}{2R} . \quad (2.23)$$

Para um lance desequilibrado, o interesse recai sobre a diferença entre as correções de curvatura para as visadas de ré e de vante, ou seja,

$$\Delta K = K_R - K_V = -\frac{\Delta S \cdot \bar{S}}{R} , \quad (2.24)$$

onde \bar{S} é o valor médio entre as distâncias de visada de ré e de vante.

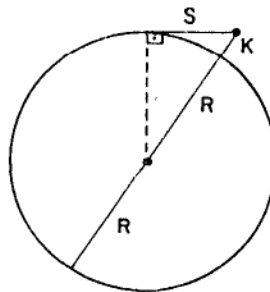


Fig. 22 - Modelo esférico para obtenção da correção de curvatura.

Na prática, aplica-se a correção ao desnível associado a uma seção através da fórmula

$$\Delta K_S = -\frac{\sum (\Delta S \cdot \bar{S})}{R} . \quad (2.25)$$

2.7 - MARÉS TERRESTRES

Após ter sido considerado o problema do erro de curvatura, os desníveis associados aos vários lances que compõem uma seção ficam referidos aos geopes que passam pelas posições ocupadas pelo nível. Contudo, o Sol e a Lua criam acelerações de maré²⁷ que perturbam periodicamente esses geopes.

Tais perturbações são representadas, em cada ponto, por uma deflexão. O componente vertical da deflexão afeta somente o valor da gravidade ao longo do caminho seguido, o que, na prática, não afeta o desnível observado. O componente horizontal, por sua vez, introduz um pequeno erro, dado pela inclinação sofrida pelo vetor gravidade e, conseqüentemente, pelos geopes.

Como o efeito das acelerações de maré é inicialmente uma função do tempo e da direção seguida pelo nivelamento, ele não pode ser reduzido por procedimentos de campo. Embora este efeito seja muito pequeno²⁸, deve-se aplicar

²⁷ *Maré significa um fenômeno de deformação sobre pontos no interior ou na superfície da Terra causado por variações nos potenciais gravitacionais dos outros corpos celestes; excetuando o Sol e a Lua, a influência dos demais é negligenciada.*

²⁸ *Valor máximo da ordem de 0,1mm/km.*

uma correção a cada seção componente de linhas de nivelamento que se estendem por grandes áreas. Tal correção, esquematizada na Figura 23, é denominada correção astronômica.

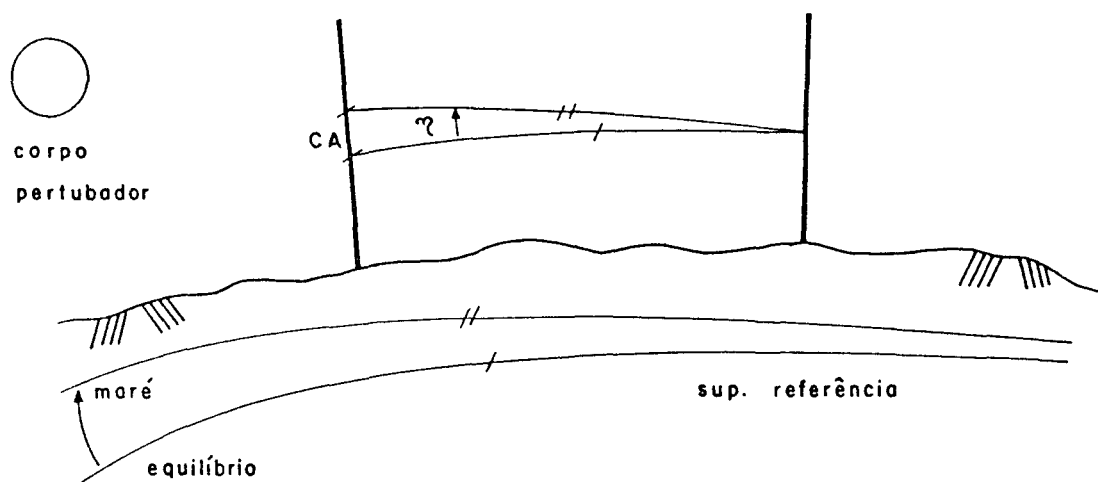


Fig. 23 - Correção astronômica.

A correção astronômica é calculada a partir da data, da hora, das posições geográficas aproximadas das referências de nível que definem a seção e de um valor médio da gravidade para a região. Com a data, a hora e o valor médio da gravidade são calculados os azimutes, as distâncias zenitais e as correspondentes deflexões (η) causadas pelos componentes horizontais das acelerações de maré atribuídas ao Sol e à Lua. Com as posições geográficas das referências de nível, são calculados o comprimento e o azimute da se

ção. As correções astronômicas são aplicadas separadamente ao nivelamento e ao contra-nivelamento, pois estes são conduzidos em horários distintos ⁵².

As fórmulas básicas para a obtenção da correção astronômica são ⁵³, ⁵⁴:

$$CA = 0,7S_S [\text{tg } \eta_L \cos(A_L - A) + \text{tg } \eta_S \cos(A_S - A)], \quad (2.26)$$

$$\eta_L = [3GM_L r \text{sen} 2z_L / 2d^3 + 3GM_L r^2 (5\cos^2 z_L - 1) \text{sen} z_L / 2d^4] / g_M, \quad (2.27)$$

$$\eta_S = (3GM_S r \text{sen} 2z_S / 2D^3) / g_M. \quad (2.28)$$

Os parâmetros ²⁹ que comparecem às equações (2.26), (2.27) e (2.28) têm os seguintes significados:

- S_S - comprimento da seção,
- η_L - deflexão causada pelo componente horizontal da aceleração de maré atribuída à Lua,
- η_S - deflexão causada pelo comonente horizontal da aceleração de maré atribuída ao Sol,
- A_L - azimute da Lua,
- A_S - azimute do Sol,

²⁹ Os parâmetros astronômicos são obtidos no *Astronomical Almanac* (U.S. Naval Observatory).

- A - azimute da seção,
G - constante newtoniana da gravitação,
 M_L - massa da Lua,
 M_S - massa do Sol,
 z_L - distância zenital da Lua,
 z_S - distância zenital do Sol,
d - distância entre os centros da Terra e da Lua,
D - distância entre os centros da Terra e do Sol,
r - distância entre o ponto da superfície terrestre e o centro da Terra,
 g_M - valor médio da gravidade para a região.

A equação (2.26) mostra que o efeito das marés terrestres é mais preponderante quando o azimute do astro perturbador coincide com o azimute da seção. A correção é positiva quando a referência de nível final situa-se ao norte da inicial, pois os azimutes são contados no sentido horário a partir do sul. O fator multiplicativo 0,7 introduz uma redução na correção astronômica justificada pelas características elásticas da crosta terrestre ^[55].

2.8 - ESTABILIDADE DO TERRENO

A interação entre a cobertura do solo e a pressão exercida pelo tripê do nível e pelas miras pode ocasionar movimentos indesejáveis durante e/ou entre os lances. Com a finalidade de minimizar o efeito de tais movimentos,

o intervalo de tempo entre as visadas de ré e de vante deve ser o menor possível. Isto requer duas miras e um eficiente conjunto operador-nível.

Movimentos do tripê do nível durante o lance podem ser detectados pela observação das miras na sequência $R_1V_1V_2R_2$, ou seja, fazem-se as leituras na seguinte ordem: mira de ré, mira de vante, mira de vante, mira de ré. Qualquer movimento significativo pode ser percebido através de comparações entre as quatro leituras realizadas.

Movimentos das miras podem ser minimizados inicialmente por uma escolha criteriosa das estações de mira. Erros resultantes de movimentos durante o lance podem ser limitados pelo procedimento $R_1V_1V_2R_2$ e pela utilização de bases ou suportes de fixação para as miras. Outra atitude correta é posicionar as miras e aguardar cerca de meio minuto antes de fazer as observações. Quanto a movimentos indesejáveis das miras entre um lance e outro, a única precaução é usar as bases ou suportes de fixação.

Havendo cuidado na escolha dos pontos que servirão de apoio para as miras e para o tripê do nível, praticamente se elimina qualquer acúmulo sistemático quando se faz a média entre nivelamento e contra-nivelamento ⁵⁶.

2.9 - CAMPOS MAGNÉTICOS

Testes de laboratório realizados por alemães e americanos têm mostrado que os campos magnéticos, inclusive o da Terra, podem influir sistematicamente sobre a linha de visada dos níveis automáticos, introduzindo erros intoleráveis nos nivelamentos de precisão e de alta precisão.

O compensador de um nível automático - conjunto de prismas suspenso por articulações de invar - pode ser entendido como um pêndulo rígido que, sob a ação da gravidade, assume a direção de uma linha de força do campo gravífico. Como a linha de visada está firmemente conectada ao pêndulo formando um ângulo reto, considera-se que ela assume, então, a posição horizontal. A presença de um campo magnético, constante ou variável, causa uma pequena deflexão no sistema de compensação e, conseqüentemente, na linha de visada. A grandeza desta deflexão depende da arquitetura do compensador e das propriedades magnéticas do material usado em sua confecção [57].

Com relação aos campos magnéticos propriamente ditos, sabe-se que seus efeitos sobre a linha de visada são fortemente dependentes do ângulo que esta linha forma com a linha dos polos magnéticos do campo em questão, atingindo valores máximos quando este ângulo vale 0° ou 180° . No caso do campo magnético terrestre, o erro pode atingir 2mm/km em regiões cujas latitudes variam de 20° a 45° , e ser ainda

maior nas vizinhanças do equador, onde as linhas de força do campo magnético aproximam-se mais da horizontal ⁵⁸.

A única maneira efetiva de se eliminar esta fonte de erro parece estar na mão dos fabricantes de níveis automáticos, pois é necessário que seja alterado o processo de construção dos sistemas de compensação. Para trabalhos a serem realizados com os níveis automáticos atualmente disponíveis, algumas precauções devem ser tomadas: evitar túneis com linhas de transmissão de energia, não trabalhar a menos de 500m de cabos de alta tensão, evitar áreas com linhas de transmissão de energia no subsolo, não trabalhar a menos de 500m de linhas de metrô e utilizar níveis não automáticos nas áreas em que são esperados efeitos magnéticos significativos.

3. REALIDADE BRASILEIRA: COMENTÁRIOS E SUGESTÕES

3.1 INTRODUÇÃO

3.2 REDE ALTIMÉTRICA FUNDAMENTAL

3.2.1 SISTEMA BRASILEIRO DE ALTITUDES

3.2.2 GRAVIMETRIA

3.2.3 DATUM VERTICAL

3.2.4 AJUSTAMENTO

3.3 QUALIDADE DO NIVELAMENTO GEOMÉTRICO

3.3.1 NÍVEL

3.3.2 MIRAS

3.3.3 REFRAÇÃO ATMOSFÉRICA

3. REALIDADE BRASILEIRA: COMENTÁRIOS E SUGESTÕES

3.1 - INTRODUÇÃO

Os trabalhos de nivelamento geométrico no Brasil tiveram início em 1908, no Rio Grande do Sul, quando a Diretoria do Serviço Geográfico (DSG), através da Comissão da Carta Geral do Brasil (CCGB), realizou um transporte de altitudes correspondente a 600 km de linhas niveladas. Em 1921 a CCGB elaborou um plano geral para o nivelamento de 1ª ordem do Rio Grande do Sul, seguindo as prescrições e orientações adotadas na França. Este plano pode ser considerado o marco inicial na direção da criação de grupos permanentes para os trabalhos de nivelamento geométrico.

A partir de 1940, o Instituto Geográfico e Geológico de São Paulo (IGGSP) passou a dar sua contribuição, estabelecendo linhas e circuitos de nivelamento por todo o estado.

A participação do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), a quem compete, precipuamente, o estabelecimento da rede altimétrica fundamental, começou em 1945, com os trabalhos de campo desenvolvidos pela Seção de Nivelamento do antigo Conselho Nacional de Geografia (CNG). Começando em Santa Catarina, as linhas de nivelamento atingiram sucessivamente os estados do Paraná, São Paulo, Minas Gerais, Goiás, Mato Grosso, Rio de Janeiro, Espírito Santo e região Nordeste.

A todo esse trabalho some-se a colaboração de empresas como a Serviços Aerofotogramétricos Cruzeiro do Sul, de vários órgãos estaduais e de algumas universidades. Como resultado, o Brasil possui hoje mais de 130.000 km de linhas niveladas, correspondendo a cerca de 50.000 referências nível estabelecidas. A Figura 24 mostra os circuitos de nivelamento implantados até 1985.

A Figura 24 ilustra, de forma bastante clara, um grande problema: o vazio altimétrico que ocorre na Amazônia. Outro problema de consequências igualmente danosa diz respeito à destruição de grande parte dos marcos responsáveis pela materialização das referências de nível.

A seguir, serão comentados alguns aspectos críticos da rede altimétrica e do nivelamento geométrico brasileiro e, sempre que possível, serão apresentadas sugestões. Não há pretensões de se realizar uma discussão completa, mas o intuito é, sem dúvida, o de colaborar.



Fig. 24 - Rede altimétrica fundamental.

(FONTE: IBGE).

3.2 - REDE ALTIMÉTRICA FUNDAMENTAL

3.2.1 - SISTEMA BRASILEIRO DE ALTITUDES

As altitudes normais não dependem de gradientes de gravidade hipotetizados; são tão exatas quanto as fórmulas da gravidade normal e de seu gradiente permitem e estão referidas ao quase-geóide. Dentre os vários sistemas de altitudes ortométricas, nenhum deles refere-se explicitamente ao geóide; a superfície de referência está intimamente vinculada à adoção de um determinado gradiente de gravidade no interior da crosta. Uma análise simplista pode indicar uma certa vantagem das altitudes normais sobre as altitudes ortométricas. Convém lembrar que a utilização das altitudes normais pressupõe o conhecimento do quase-geóide, o que requer a determinação das anomalias de altitude em função de anomalias da gravidade válidas para a superfície física da Terra. Mesmo os países mais desenvolvidos no ramo da Geodésia ainda põem em dúvida a suposta superioridade das altitudes normais, exceção feita aos países do bloco socialista. Os trabalhos científicos publicados recentemente procuram mostrar que as altitudes normais não oferecem uma vantagem real sobre as altitudes ortométricas [59]. Aconselha-se, portanto, adotar para o Brasil um determinado sistema de altitudes ortométricas, o que não deve implicar, em hipótese alguma, em desprezar os estudos atinentes à viabilidade da aplicação prática das altitudes normais.

3.2.2 - GRAVIMETRIA

Uma vez aceito o sistema brasileiro de altitudes como um determinado sistema de altitudes ortométricas, é interessante tecer comentários sobre o posicionamento das estações gravimétricas, que é de suma importância para a obtenção de altitudes referidas ao campo gravífico real. O ideal é que haja valores observados de gravidade ao longo das várias linhas de nivelamento, mas pode-se perfeitamente fazer uso das estações gravimétricas vizinhas para a obtenção de valores interpolados. Existem determinados pontos onde é importante a presença de valores de gravidade observados ou interpolados: referências de nível, locais em que a inclinação do terreno muda abruptamente, pontos de mudança de direção das linhas de nivelamento e locais em que há variações na estrutura geológica da crosta. Como regra geral, os valores de gravidade devem estar distribuídos entre 0,3 e 1 km em terrenos montanhosos, a cada 1,5 km em terrenos acidentados e a cada 4 km em terrenos planos [60]. A realidade brasileira ainda se encontra bastante distanciada desta situação ideal, pois, ao mesmo tempo em que há pequenas regiões com uma distribuição suficiente de valores observados de gravidade, há grandes áreas com absoluta falta de informações gravimétricas, conforme mostra a Figura 25. O estabelecimento de altitudes referidas ao campo gravífico real é, portanto, ainda inviável. Por isso, sugere-se que o sistema brasileiro de altitudes seja definido como um siste

ma de altitudes ortométricas normais, isto é, altitudes ortométricas referidas ao campo gravífico normal, obtidas a partir da equação (1.15).



Fig. 25 - Rede gravimétrica fundamental.

(FONTE: IBGE).

Torna-se a enfatizar que a gravimetria é de suma importância para a obtenção de altitudes referidas ao campo gravífico real, ou seja, é interessante que as atividades de nivelamento sejam rotineiramente acompanhadas por levantamentos gravimétricos. Sugere-se, então, que continue o trabalho de cobertura gravimétrica da rede de nivelamento já existente e que a complementação desta última seja conduzida com o recurso de levantamentos gravimétricos, os quais não devem ficar restritos aos circuitos de nivelamento, pois outras atividades da Geodésia necessitam de valores de gravidade distribuídos uniformemente por toda uma determinada região.

Enquanto a cobertura gravimétrica nacional não se tornar suficientemente densa, o sistema brasileiro de altitudes deve limitar suas pretensões à viabilização de um sistema de altitudes ortométricas normais. As correções ortométricas baseadas no campo gravífico normal produzem, associadas aos desníveis observados, diferenças de altitude ortométrica normal. A partir do momento em que se puder fazer uso da rede gravimétrica brasileira, as diferenças de altitude ortométrica real poderão ser obtidas facilmente através das correções de gravidade calculadas pela equação (1.16), o que equivale a calcular correções ortométricas baseadas no campo gravífico real para aplicação aos desníveis observados.

A viabilidade da utilização das correções de gravidade fica ratificada pelos desvios-padrão pequenos estimados para tais correções ⁶¹.

3.2.3 - DATUM VERTICAL

O nível médio dos mares fornecido pelo maré grafo de Torres (RS) foi adotado, a partir de 1945, como da tum vertical provisório. Este marégrafo esteve em funciona mento durante oito meses, entre 1919 e 1920 e fazia parte de um conjunto de marégrafos colocados em determinados por tos³⁰ do sul do Brasil com a finalidade de controlar a nave gação. A adoção de Torres justificava-se pela quantidade de referências de nível já implantadas no Rio Grande do Sul e o caráter provisório dizia respeito ao curtíssimo período de registro das variações do nível do mar.

Como consequência de um convênio de coopera ção firmado entre os governos americano e brasileiro, o Ser viço Geodésico Interamericano instalou, a partir de 1948, sete marégrafos iguais aos utilizados pelo U.S. Coast and Geodetic Survey. Os portos escolhidos foram: Imbituba (SC), Santa Cruz (RJ), Canavieiras (BA), Salvador (BA), Recife (PE), Fortaleza (CE) e Belém (PA). Aqui cabe registrar um ca

³⁰ *Laguna, Florianópolis, Porto Belo, Itajaí e São Francis*
co do Sul em Santa Catarina e Paranaguá no Paraná.

pítulo um tanto quanto nebuloso na existência da rede altimétrica brasileira. Sabe-se que, pelo menos até 1970, o marégrafo de Imbituba parece ter funcionado normalmente, e que, em 1968, ele era, dos marégrafos instalados pelo Serviço Geodésico Interamericano, o único em operação. Por isso chama-se a atenção para um aspecto relativo à Figura 24. As estações de marégrafo³¹ que ali aparecem devem ser entendidas tão somente como estações que funcionaram em alguma época, num determinado período, não havendo a menor relação com a situação atual. A grande dificuldade de se obter informações detalhadas junto aos órgãos executores de serviços de nivelamento geométrico a respeito de época e período de funcionamento de marégrafos mostra bem o descaso que parece ter havido nos últimos anos com relação às observações maregráficas. O IBGE, órgão responsável pelo estabelecimento da rede altimétrica fundamental, nunca teve os marégrafos sob seu controle. Sugere-se ao IBGE capacitar recursos humanos com a finalidade de operar, realizar a manutenção e dar o devido tratamento às observações de qualquer marégrafo que venha a ser usado na definição do datum vertical brasileiro.

Outra sugetão relaciona-se à localização do marégrafo adotado para estabelecer o atual ponto inicial

³¹ Além das estações do Serviço Geodésico Interamericano, aparecem Salinas (PA) e Torres.

de referência para as altitudes. A distância entre o porto de Imbituba e o sul do país é muito inferior àquela que o separa do extremo norte, o que acarreta um acúmulo de erros bem maior para esta região. Seria aconselhável o estabelecimento de uma estação de marégrafo básica numa faixa mais central da costa brasileira. Com esta finalidade, poderia ser instalado um marégrafo em Salvador (BA). O tempo necessário à implantação de toda a cobertura gravimétrica nacional já seria suficiente para a obtenção de registros significativos das variações do nível do mar. Estes registros, associados aos provenientes da instalação de outros marégrafos ao longo da costa, poderiam propiciar, pela primeira vez, um cálculo correto do nível médio dos mares para a época de um futuro ajustamento da rede altimétrica brasileira, com altitudes resultantes vinculadas ao campo gravífico real.

Também seria interessante manter contato com alguma universidade no exterior, que tivesse condições de, mediante acordo ou convênio, transferir tecnologia e metodologias de determinação da topografia da superfície do mar.

3.2.4 - AJUSTAMENTO

O primeiro ajustamento da rede altimétrica brasileira foi realizado em 1948 pelo Prof. Allyrio de Mattos; referia-se ao marégrafo de Torres e abrangia oito

circuitos, num total de 2890 km. Como resultado, os estados do Rio Grande do Sul, Santa Catarina, Paraná e parte de São Paulo passaram a ter valores consistentes para as altitudes de suas referências de nível.

O primeiro ajustamento referido ao marêgrafo de Imbituba foi realizado em 1959, contendo setenta e nove circuitos distribuídos por 30.249 km. Após este ajustamento, as chamadas "altitudes de precisão" estenderam-se aos estados de Minas Gerais, Goiás, Rio de Janeiro, Espírito Santo, Mato Grosso, Bahia, Sergipe, Alagoas e parte de Pernambuco. Foram realizados pelo menos mais quatro ajustamentos^{3 2} referidos a Imbituba com a finalidade de cobrir o resto do Nordeste.

Nota-se que sempre houve preocupação de ajustar a rede altimétrica existente, o que é louvável, uma vez que se deve objetivar um sistema consistente de altitudes. Contudo, entende-se que dois aspectos devem ser analisados criteriosamente antes do ajustamento: qualidade das observações e ponderação às observações.

Sabe-se que um ajustamento não melhora a qualidade das observações. Isto significa que qualquer obser

^{3 2} *Todos os ajustamentos utilizaram o método dos mínimos quadrados (MMQ).*

vação de má qualidade deve ser eliminada ou substituída previamente. Somente nos últimos cinco anos o IBGE concentrou esforços no sentido de examinar todas as cadernetas de campo, e alguns erros grosseiros já foram detectados. É óbvio que esta tarefa não pode ser esquecida, pois é de fundamental importância para os resultados do ajustamento.

Num ajustamento por mínimos quadrados o fato de se usar uma matriz de pesos supostamente proporcional à matriz variância-covariância das observações não prejudica a obtenção de valores corretos para os parâmetros ajustados, mas faz com que a matriz variância-covariância a eles associada seja tendenciosa. Demonstra-se que, quando a matriz de pesos corresponde exatamente à matriz variância-covariância das observações, resultam não tendenciosas as matrizes variância-covariância das quantidades estimadas no ajustamento $|\delta^2|$. No caso do nivelamento geométrico, pode-se obter a matriz variância-covariância dos desníveis associados às linhas de nivelamento através do conhecimento de um erro acidental médio por quilômetro e da suposição de ausência de correlação entre as observações. Isto significa que as observações devem inicialmente ser depuradas de todas as influências sistemáticas, quando, então, o tal erro acidental médio por quilômetro pode ser determinado a partir de discrepâncias entre nivelamentos e contra-nivelamentos ou de erros de fechamento ao longo de circuitos. Deste modo, pode-se tentar melhorar a ponderação tradicional fei

ta com base no inverso do comprimento da linha de nivelamento em quilômetros. Contudo, sabe-se que a hipótese de observações não correlacionadas não subsiste no caso do nivelamento geométrico. Como exemplo, pode-se citar a rede altimétrica fundamental da Dinamarca, que possui um coeficiente de correlação médio de 0,72 entre nivelamentos e contra-nivelamentos ^[63]. Aconselha-se, então, que este fato não seja esquecido e que haja um acompanhamento contínuo dos resultados obtidos nos trabalhos dos grandes centros de pesquisa em Geodésia.

3.3 - QUALIDADE DO NIVELAMENTO GEOMÉTRICO

3.3.1 - NÍVEL

"Em cada dia de trabalho, antes de iniciada a medição, é determinado o valor do erro de colimação do instrumento, sendo permitido para o mesmo o valor máximo de 0,03 mm/m" ^[64].

"O posicionamento do nível a meia distância entre as miras anula a influência do erro de colimação residual do nível, aceitável até 0,01 mm/m, Além desse limite o nível deve ser retificado; entretanto, o desequilíbrio eventual que ocorre na medida de lances em trechos de terrenos movimentados, principalmente na serra, pode fazer com que esse erro assuma um aspecto sistemático. Nesse caso, verificada uma acentuada discrepância entre a soma das distâncias

vante e ré, é conveniente aplicar a correção do erro de colimação na seção. Para isso, basta multiplicar o valor da correção para um metro (determinada a priori) pela diferença entre os somatórios das distâncias a ré e vante " $\left|^{65}\right|$.

Estes dois parágrafos, extraídos de textos relativos a normas de trabalho da DSG e do IBGE, mostram a preocupação correta com o estabelecimento de uma tolerância para o erro de colimação, com a necessidade da aplicação de uma correção e até mesmo com a conveniência de se realizar a verificação da colimação em cada dia de trabalho. Entretanto, ambos pecam pela ausência de qualquer método para a verificação da colimação, permitindo que se suspeite da efetiva aplicação deste procedimento nos trabalhos de nivelamento já realizados. Sugere-se, obviamente, que se garanta a realização rotineira da verificação da colimação dos níveis utilizados.

3.3.2 - MIRAS

Sabe-se que a preocupação básica para a eliminação do erro de verticalidade é a centragem correta da bolha do nível esférico. Não obstante, aconselha-se para os trabalhos de precisão o uso de miras com hastes metálicas extensíveis, que permitem a conversação da verticalidade durante o lance com maior facilidade. Além disso, é importante verificar mensalmente o estado dos níveis esféricos das miras.

De acordo com o Manual Técnico de Nivelamento Geométrico da DSG, a correção de dilatação térmica "deve ser introduzida por seção, tomando-se o produto do coeficiente de dilatação da mira pela diferença entre a temperatura da medida e a temperatura de aferição. O coeficiente de dilatação da fita invar da mira deve constar do certificado de aferição, assim como o seu comprimento real e a temperatura de aferição. A temperatura da medida é a média geral das temperaturas observadas no início e no fim das medidas de ida e de volta".

Este último parágrafo suscita algumas discussões interessantes. É correto afirmar que o certificado de aferição de uma mira deve informar sobre o coeficiente de dilatação térmica, temperatura de aferição, erro de graduação e erro de índice. Mas é igualmente correto afirmar que cada mira usada no Brasil só possui, com muita sorte, um certificado de aferição: aquele que pode ter sido entregue pelo fabricante quando da aquisição da mira. Sabendo ser aconselhável realizar uma aferição a cada ano e a cada cinco anos um conjunto de aferições em diferentes temperaturas, fica muito fácil contestar a validade de quase todos os certificados de aferição que possam existir no Brasil. Por isso sugere-se que seja criado um laboratório de aferição para as miras. Este laboratório seria implementado a partir da assimilação da tecnologia envolvida, seguida de esforços conjuntos entre IBGE e/ou DSG e alguma universidade interes

sada. Enquanto isto não for possível, é extremamente oportuno que se comece a lançar mão de convênios ou acordos que venham a permitir a aferição das miras no exterior.

Outro ponto a considerar diz respeito às temperaturas das fitas de invar das miras. Sabe-se que o registro das variações da temperatura do ar não permite avaliar a temperatura média das escalas de invar, podendo ocorrer discrepâncias de até 7°C . Aconselha-se, então, a utilização de miras verticais dotadas de termômetros eletrônicos para os nivelamentos de alta precisão.

3.3.3 - REFRAÇÃO ATMOSFÉRICA

No que diz respeito ao erro de refração, as normas técnicas existentes concentram-se basicamente no equilíbrio dos lances, na limitação da distância de visada e na não realização de leituras abaixo do quinto decímetro de mira. Tudo isso é muito pouco para se depurar eficazmente a influência sistemática da refração atmosférica.

Convém lembrar que a medição da temperatura do ar, lance a lance, em alturas distintas acima do solo é a condição fundamental para que se possa realizar a correção de refração em cada leitura feita numa mira. Sugere-se que este procedimento seja aplicado rotineiramente aos trabalhos de densificação dos circuitos de nivelamento.

Para a rede já existente, em que o procedimento citado não foi aplicado, a possibilidade de se realizar a predição da temperatura do ar acima do solo pressupõe o conhecimento de determinados parâmetros meteorológicos, sendo a intensidade de radiação solar o principal. Por isso seria aconselhável um acordo entre o IBGE e órgãos como o Instituto de Pesquisas Espaciais (INPE) ou o Instituto Nacional de Meteorologia (INMET), no sentido de cobrir com os registros meteorológicos de interesse a maior parcela possível do território brasileiro.

Às universidades sugere-se a realização de pesquisas sobre o comportamento do erro de refração através da utilização de equipamentos precisos, comparações entre os efeitos sobre visadas curtas e longas e medições da temperatura do ar acima do solo.

C O N C L U S ã O

O estabelecimento de um sistema de altitudes a partir do nivelamento geométrico deve ser entendido como mais um procedimento geodésico a ser cuidadosamente estudado. Um conjunto de altitudes de ótima qualidade pode ser obtido desde que todos os aspectos críticos das várias etapas envolvidas sejam criteriosamente analisados.

Entende-se que devem ser aprofundadas as pesquisas a respeito da determinação da topografia da superfície do mar, do comportamento do erro devido à refração atmosférica e da influência dos campos magnéticos nos níveis automáticos. Não se pode deixar em segundo plano a gravimetria, que comparece em várias etapas do estabelecimento de um sistema de altitudes.

Quanto à realidade brasileira, nota-se que já se fez muito, sempre com boa vontade, mas nem sempre com muito critério. As dimensões do país contribuem para dificultar os levantamentos altimétricos e gravimétricos. Sugere-se, finalmente, que os principais órgãos responsáveis por trabalhos de nivelamento geométrico e as universidades unam-se para a preparação de um manual técnico completo sobre a implantação de uma rede altimétrica fundamental.

À nível acadêmico aconselha-se a realização de uma dissertação ou tese sobre a influência da refração atmosférica no nivelamento geométrico.

NOTAS DE REFERÊNCIA

|⁰¹| BOMFORD, G. Geodesy. 3.ed. Oxford, Oxford University Press, 1971. p.228.

|⁰²| KRAKIWSKY, E.J. & VANICEK, P. Geodesy: the concepts. Amsterdam, North-Holland, 1982. p.19-20.

|⁰³| NASSAR, M.M. & VANICEK, P. Levelling and gravity. New Brunswick, UNB, 1975. p.30-32. (Technical Report, 33).

|⁰⁴| BALAZS, E. et alii. Geodetic levelling and its applications. Reviews of Geophysics and Space Physics, 18(2):510, 1980.

|⁰⁵| HEISKANEN, W.A. & MORITZ, H. Physical Geodesy. San Francisco, W.H. Freeman, 1967. p.166-167.

|⁰⁶| Ibid. p.169.

|⁰⁷| VANICEK, P. Heights based on observed gravity. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON PROBLEMS RELATED TO THE REDEFINITION OF NORTH AMERICAN VERTICAL GEODETIC NETWORKS, 2., Ottawa, 1980. Proceedings... Ottawa, The Canadian Institute of Surveying, 1980. p.533-566.

|⁰⁸| STRANGE, W.E. An evaluation of orthometric height accuracy using bore hole gravimetry. Bulletin Géodésique, (56):300-311, 1982.

|⁰⁹| NASSAR & VANICEK. p.33-35.

|¹⁰| HEISKANEN & MORITZ. p.171.

|¹¹| KRAKIWSKY & VANICEK. p.117-118.

|¹²| TORGE, W. Geodesy. Berlin, Walter de Gruyter, 1980. p.111-112.

|¹³| BALAZS et alii. p.506.

|¹⁴| SCHOMAKER, E.J. & BERRY, R.M. Geodetic leveling. Rockville, NOAA, 1981. cap.3, p.1. (NOAA Manual NOS NGS 3).

|¹⁵| KRAKIWSKY, E.J. Heights. MSc, Thesis. Columbus, 1961. Ohio State University. p.94.

|¹⁶| HEISKANEN & MORITZ. p.168.

|¹⁷| BALAZS et alii, p.512.

|¹⁸| Ibid. p.505.

|¹⁹| KRAKIWSKY & VANICEK. p.423.

|²⁰| MERRY, C.L. & VANICEK, P. Investigation of local variations of sea surface topography. Marine Geodesy, New York, (7):101-126, 1983.

|²¹| BALAZS et alii. p.513.

|²²| Ibid. p.514.

|²³| KRAKIWSKY & VANICEK. p.423.

|²⁴| Ibid. p. 424.

|²⁵| BALAZS et alii. p.514.

|²⁶| SCHOMAKER & BERRY. cap.3, p.32.

|²⁷| Ibid. p.36.

|²⁸| DOUBEK, A. Topografia. Curitiba, UFPR.s.d.
Apostila.

|²⁹| PELZER, H. Systematic instrumental errors.
In: WORKSHOP ON PRECISE LEVELLING, Hannover, Mar. 16-18,
1983. Proceedings... Bonn, Dümmler-Verlag, 1984. p.9.

|³⁰| Ibid. p.11.

|³¹| SCHOMAKER & BERRY. cap.3, p.4.

|³²| PELZER. p.12-13.

|³³| SCHLEMMER, H. Erreurs systématiques des mires et leurs influences sur le nivellement de précision. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON PROBLEMS RELATED TO THE REDEFINITION OF NORTH AMERICAN VERTICAL GEODETIC NETWORKS, 2., Ottawa, 1980. Proceedings... Ottawa, The Canadian Institute of Surveying, 1980. p.553-566.

|³⁴| PELZER. p.15.

|³⁵| SCHLEMMER, H. & ZIPPELT, K. Temperaturmessung an invarbandnivellierlatten. Allgemeine Vermessungs-Nachrichten, (86):193-198, 1979.

|³⁶| SCHOMAKER & BERRY. cap.3, p.43.

|³⁷| Ibid. cap. 5, p.25.

|³⁸| Ibid. cap.3, p.43.

|³⁹| SCHLEMMER. p.753.

[⁴⁰] KUKKAMÄKI, T.J. Levelling refraction research: its present state and future possibilities. In: TENGSTRON, E. & TELEKI, G. Refractional Influences in Astrometry and Geodesy. Dordrecht, D.Reidel, 1979. p. 293.

[⁴¹] HOU, C.Y. et alii. Refraction in precise leveling. Surveying and Mapping, 32(2):232, 1972.

[⁴²] HEER, R. Application of different refraction models on measuring results of the leveling test loop Koblenz. In: WORKSHOP ON PRECISE LEVELLING, Hannover, Mar. 16-18, 1983. Proceedings... Bonn, Dummler-Verlag, 1984. p.251-252.

[⁴³] BANGER, G. Magnitude of refraction in leveling and its parameters. Australian Journal of Geodesy, Photogrammetry and Surveying, (37):34, 1982.

[⁴⁴] Ibid. p. 34

[⁴⁵] HEER. p.266-279.

[⁴⁶] WHALEN, C.T. Refraction errors in leveling-NGS test results. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON PROBLEMS RELATED TO THE REDEFINITION OF NORTH AMERICAN VERTICAL GEODETIC NETWORKS, 2., Ottawa, 1980. Proceedings... Ottawa, The Canadian Institute of Surveying, 1980. p.760.

|⁴⁷| BANGER. p.29.

|⁴⁸| HOLDAHL, S.R. A model of temperature stratification for correction of leveling refraction. Rockville, NOAA, 1981. (NOAA Technical Memorandum NOS NGS 31).

|⁴⁹| KUKKAMÄKI. p.295.

|⁵⁰| Ibid. p.295.

|⁵¹| SCHOMAKER & BERRY. cap.3, p.3.

|⁵²| BALAZS, E.I. & YOUNG, G.M. Corrections applied by the National Geodetic Survey to precise leveling observations. Rockville, NOAA, 1982. p.6. (NOAA Technical Memorandum NOS NGS 34).

|⁵³| Ibid. p.6-8.

|⁵⁴| LONGMAN, I.M. Formulas for computing the tidal accelerations due to the moon and the sun. Journal of Geophysical Research, 64(12):2351-2355, 1959.

|⁵⁵| SCHOMAKER & BERRY. cap.5, p.26.

|⁵⁶| Ibid. cap.3, p.5.

|⁵⁷| PELZER. p.11-12.

|⁵⁸| WHALEN, C.T. Preliminary test results: automatic levels affected by magnetic fields. Rockville, NOAA, 1984. (NOAA Geodetic News Nº 9).

|⁵⁹| BALAZS et alii. p.512.

|⁶⁰| KRAKIWSKY. p.45-49.

|⁶¹| NASSAR, M.M. Gravity field and levelled heights in Canada. New Brunswick, UNB, 1977. p.87-92. (Technical Report, 41).

|⁶²| KRAKIWSKY & VANICEK. p.192-200.

|⁶³| Ibid. p.431-435.

|⁶⁴| ALENCAR, J.C.M. Sistema nacional de nivelamento de 1ª ordem. [Rio de Janeiro]. Instituto Brasileiro de Geografia, 1968.

|⁶⁵| BRASIL. Diretoria do Serviço Geográfico. Nivelamento geométrico; Manual técnico. Rio de Janeiro, 1975. cap.1, p.7.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

01. ALENCAR, J.C.M. Sistema nacional de nivelamento de 1ª ordem. [Rio de Janeiro]. Instituto Brasileiro de Geografia, 1968.
02. BALAZS, E.I. & YOUNG, G.M. Corrections applied by the National Geodetic Survey to precise leveling observations. Rockville, NOAA, 1982. p.6-8.(NOAA Technical Memorandum NOS NGS 34).
03. BALAZS, E. et alii. Geodetic levelling and its applications. Reviews of Geophysics and Space Physics, 18(2):505-514, 1980.
04. BANGER, G. Magnitude of refraction in leveling and its parameters. Australian Journal of Geodesy, Photogrammetry and Surveying, (37):29-34, 1982.
05. BOMFORD, G. Geodesy. 3.ed. Oxford, Oxford University Press, 1971. p.228.
06. BRASIL. Diretoria do Serviço Geográfico. Nivelamento geométrico; Manual técnico. Rio de Janeiro, 1975. cap.1, p.7.
07. DOUBEK, A. Topografia. Curitiba, UFPR. s.d. Apostila.
08. FISCHER, I. Does mean sea level slope up or down towards north? Bulletin Géodésique, (115):17-26, 1975.
09. GEMAEL, C. Geodésia física. Curitiba, UFPR. 1983. Apostila.
10. HEER, R. Application of different refraction models on measuring results of the leveling test loop Koblenz. In: WORKSHOP ON PRECISE LEVELLING, Hannover, Mar. 16-18, 1983. Proceedings... Bonn, Dümmler-Verlag, 1984. p.251-279.
11. HEISKANEN, W.A. & MORITZ, H. Physical Geodesy. San Francisco, W.H. Freeman, 1967. p.166-171.
12. HOLDAHL, S.R. A model of temperature stratification for correction of leveling refraction. Rockville, NOAA, 1981. (NOAA Technical Memorandum NOS NGS 31).
13. HOU, C.Y. et alii. Refraction in precise leveling. Surveying and Mapping, 32(2):232, 1972.

14. KRAKIWSKY, E.J. Heights. MSc, Thesis. Columbus, 1961. Ohio State University. p.45-94.
15. KRAKIWSKY, E.J. & VANICEK, P. Geodesy: the concepts. Amsterdam, North-Holland, 1982. 691p.
16. KUKKAMÄKI, T.J. Levelling refraction research: its present state and future possibilities. In: TENGSTROM, E. & TELEKI, G. Refraction Influences in Astrometry and Geodesy. Dordrecht, D. Reidel, 1979. p.293-295.
17. LONGMAN, I.M. Formulas for computing the tidal accelerations due to the moon and the sun. Journal of Geophysical Research, 64(12):2351-2355, 1959.
18. MERRY, C.L. & VANICEK, P. Investigation of local variations of sea surface topography. Marine Geodesy, New York, (7):101-126, 1983.
19. NAGY, D. & TANNER, J.G. Gravity and vertical networks. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON PROBLEMS RELATED TO THE REDEFINITION OF NORTH AMERICAN VERTICAL GEODETIC NETWORKS, 2., Ottawa, 1980. Proceedings ... Ottawa, The Canadian Institute of Surveying, 1980, p.269-284.
20. NASSAR, M.M. Gravity field and levelled heights in Canada. New Brunswick, UNB, 1977. p.87-92. (Technical Report, 41).
21. NASSAR, M.M. & VANICEK, P. Levelling and gravity. New Brunswick, UNB, 1975. p.30-35. (Technical Report, 33).
22. NAUMOV, Y.V. & POBEDONOSTSEV, S.V. The use of oceanographic studies in geometric levelling. Geodesy, Mapping and Photogrammetry, (16):75-80, 1974.
23. PELZER, H. Systematic instrumental errors. In: WORKSHOP ON PRECISE LEVELLING, Hannover, Mar. 16-18, 1983. Proceedings... Bonn, Dümmler-Verlag, 1984. p.9-15.
24. RAPP, R.H. Precise definition of the geoid and its realization for vertical datum applications. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON PROBLEMS RELATED TO THE REDEFINITION OF NORTH AMERICAN VERTICAL GEODETIC NETWORKS, 2., Ottawa, 1980. Proceedings... Ottawa, The Canadian Institute of Surveying, 1980. p. 553-566.

25. REMMER, O. Role and evaluation of refraction for the processing of levelling networks. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON PROBLEMS RELATED TO THE REDEFINITION OF NORTH AMERICAN VERTICAL GEODETIC NETWORKS, 2., Ottawa, 1980. Proceedings... Ottawa, The Canadian Institute of Surveying, 1980. p.623-645.
26. SCHLEMMER, H. Erreurs systématique des mires et leurs influences sur le nivellement de précision. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON PROBLEMS RELATED TO THE REDEFINITION OF NORTH AMERICAN VERTICAL GEODETIC NETWORKS, 2., Ottawa, 1980. Proceedings... Ottawa, The Canadian Institute of Surveying, 1980. p. 553-566.
27. SCHLEMMER, H. & ZIPPELT, K. Temperaturmessung an invarbandnivellierlatten. Allgemeine Vermessungs-Nachrichten, (86):193-198, 1979.
28. SCHOMAKER, E.J. & BERRY, R.M. Geodetic leveling. Rockville, NOAA, 1981. (NOAA Manual NOS NGS 3).
29. STRANGE, W.E. An evaluation of orthometric height accuracy using bore hole gravimetry. Bulletin Géodésique, (56):300-311, 1982.
30. TORGE, W. Geodesy. Berlin, Walter de Gruyter, 1980. p.111-112.
31. TSCHERNING, C.C. The role and computation of gravity for the processing of levelling data. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON PROBLEMS RELATED TO THE REDEFINITION OS NORTH AMERICAN VERTICAL GEODETIC NETWORKS, 2., Ottawa, 1980. Proceedings... Ottawa, The Canadian Institute of Surveying, p.505-523, 1980.
32. VANICEK, P. Heights based on observed gravity. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON PROBLEMS RELATED TO THE REDEFINITION OF NORTH AMERICAN VERTICAL GEODETIC NETWORKS, 2., Ottawa, 1980. Proceedings... Ottawa, The Canadian Institute of Surveying, 1980, p.553-566.
33. VIGNAL, J. Nivellement de précision. Paris, Publications Techniques de L'Institut Geographique National, 1955. 262p.

34. WHALEN, C.T. Preliminary test results: automatic levels affected by magnetic fields. Rockville, NOAA, 1984. (NOAA Geodetic News No 9).
35. WHALEN, C.T. Refraction errors in leveling - NGS tests results. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON PROBLEMS RELATED TO THE REDEFINITION OF NORTH AMERICAN VERTICAL GEODETIC NETWORKS, 2., Ottawa, 1980. Proceedings... Ottawa, The Canadian Institute of Surveying, 1980. p.760.